عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (04 نقطة)		
1) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح ج) لأن كلّ من النقطتين A و C تنتميان إلى (P).	0,50	04
2) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح ب) لأنّ الشعاع الناظمي $\vec{n}(1;-2;1)$ لـ (P) لا يُعامد $\overrightarrow{AB}(-1;2;-3)$.	0,75	
3) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح ب) لأنّ $B\in(\Delta)$ و $\overrightarrow{OB}(0;3;1)$ يُعامد $\vec{u}(-1;1;3)$ شعاع توجيه (Δ).	0,75	
4) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح أ) لأنّ C نقطة مشتركة بين (AC) و (Δ) بينما $A\notin(\Delta)$ (أو بأيّ طريقة أخرى).	01	
5) الإجابة الصحيحة هي الاقتراح ب) لأنّ العلاقة $BM^2-9CM^2=0$ تكافئ $(\overrightarrow{BM}-3\overrightarrow{CM})(\overrightarrow{BM}+3\overrightarrow{CM})=0$ أي: $\overrightarrow{GM}.\overrightarrow{HM}=0$ حيث G مرجح الجملة $\{(A;1);(B;-3)\}$ و H مرجح الجملة $\{(A;1);(B;3)\}$ إذن مجموعة النقط هي سطح الكرة التي قطرها $[GH]$.	01	
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) حلا المعادلة هما: $z_1=\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{1}{3}i$ و $z_2=\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{3}i$	0,50	04
2) أ) الشكل الأسي $z_A=\frac{2}{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$ و $z_B=\frac{2}{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}$.	0,50	
ب) لدينا $\frac{z_A}{z_B}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ ومنه $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2016}+\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1437}=e^{i2\pi(336)}+e^{i(2\pi(239)+\pi)}=1-1=0$	0,75	
ج) $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n=e^{i\frac{n\pi}{3}}$ يكون حقيقيا إذا كان $\frac{n\pi}{3}=k\pi$ ومنه $k\in\mathbb{N}$; $n=3k$.	0,50	
3) أ) $z'=\left(\frac{z_A}{z_B}\right)z$ تكافئ $z'=e^{i\frac{\pi}{3}}z$ ومنه f دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$	0,75	
ب) $f(A)=C$ ومنه $z_C=\frac{2}{3}i$.	0,50	
ج) لدينا: $z_A+z_B+z_C+z_D=0$ ومنه $z_D=-\frac{2\sqrt{3}}{3}-i\frac{2}{3}$.	0,50	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1) الحل الخاص هو: $(x_0;y_0)=(-19;-19)$.	0,50	03
مجموعة حلول المعادلة (E) هي: $(x;y)=(7k-19;6k-19);k\in\mathbb{Z}$.	0,75	
2) الجملة $(\lambda\in\mathbb{Z})$ $\begin{cases}\lambda\equiv 24[7]\\ \lambda\equiv 5[6]\end{cases}$ تكافئ المعادلة (E). ومنه	0,75	
$\lambda=6x+5=6(7k-19)+5=42k-109;k\in\mathbb{Z}$ ، باقي قسمة λ على 42 هو 17	0,25	
3) $(x;y)\in\{(-5;-7),(2;-1),(9;5)\}$ ومنه $k\in\mathbb{Z}$ و $2\le k\le 4$ تكافئ $\lvert x+y-1\rvert\le 13$	0,75	

www.ency-education.com

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
أ) تبيان: $5^{4k-a}=5^a[7]$ حيث $a\in\{0,1,2,3,4,5\}$ و k عدد طبيعي ومنه مجموعة البواقي هي: $\{1,5,4,6,2,3\}$.	01	02
ب) تكافئ $\begin{cases}n-5^n\equiv 2020[7]\\ n\equiv 1437[6]\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}n-6\equiv 4[7]\\ n=6k+3\end{cases}$ ؛ $k\in\mathbb{N}$ ومنه $\begin{cases}n=6k+3\\ n=7q+3\end{cases}$ ومنه $n=42m+3$ ؛ $m\in\mathbb{N}$.	01	
التمرين الرابع: (07 نقاط)		07
1) أ) $\lim_{x\to -1^+} g(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$.	0,50	
ب) $g'(x)=\frac{2}{(x+1)^2}+\frac{1}{x+1}$ إذن g متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$.	0,75	
جدول التغيرات	0,25	
2) أ) g مستمرة ورتيبة تماما على $[0.4;0.5]$ ولدينا $g(0,4)=-0,09$ و $g(0,5)=0,07$ ومنه المعادلة تقبل حلا وحيد α حيث: $0,4<\alpha<0,5$.	0,50	
ب) إشارة $g(x)$	0,25	
II) 1) أ) $\lim_{x\to -1^+} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.	0,50	
2) أ) f تقبل الاشتقاق على $]-1;+\infty[$ و $f'(x)=g(x)$ إذن f متناقصة تماما على $]-1;\alpha]$ و متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$.	0,50	
جدول التغيرات	0,25	
ب) $f(\alpha)=-\alpha+4-\frac{4}{\alpha+1}$ و الحصر لـ $f(\alpha)$.	0,25×2	
3) أ) التحقق أنه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ فإن $h'(x)=f'(x)-f'(a)$.	0,25	
ب) $h'(x)=f'(x)-f'(a)=g(x)-g(a)$ و $h'(x)=0$ يعني $x=a$ و بما أن g متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$ فإن: $h'(x)>0$ على المجال $]a;+\infty[$ و $h'(x)<0$ على المجال $]-1;a[$.	0,50	
h متزايدة تماما على $[a;+\infty[$ و متناقصة تماما على $]-1;a]$.		
جـ) من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ فإن $f(x)-y=h(x)$ و $h(a)=0$ ومنه $h(x)\geq 0$ وهذا يعني (C) يقع فوق المماس (T_a).	0,25	
4) أ) (T_a) يشمل النقطة $A(1;0)$ يعني $-a^2+3a=0$ ومنه $a=0$ أو $a=3$ معادلتيهما: $(T_0):y=-x+1$ و $(T_3):y=\left(\frac{1}{2}+\ln 4\right)(x-1)$.	0,75	
ب) رسم المماسين (T_0) و (T_3) و المنحنى (C).	0,75	
5) أ) $H'(x)=(x-1)\ln(x+1)$ على المجال $]-1;+\infty[$.	0,25	
ب) $A=\left(\int_1^2 f(x)dx\right)u.a=\left(-\frac{3}{2}\ln 3+2\ln 2+\frac{7}{4}\right)u.a$ أي $A\approx 1,48u.a$	0,25	

www.ency-education.com

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (05 نقاط)		
1) أ) الدالة f ... $f'(x)=\frac{...}{(2x-1)^2}$ ، الدالة f متزايدة تماما على $]\frac{1}{2};+\infty[$	0,50	
2) أ) تمثيل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) على محور الفواصل.	0,25	
ب) المتتالية (u_n) يبدو أنها متناقصة تماما و متقاربة.	0,50	
ج) البرهان من أجل كل عدد طبيعي n: $1 < u_n$	0,50	
د) المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.	0,50	
هـ) (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ و محدودة من الأسفل بالعدد 1 فهي متقاربة إلى العدد 1	0,50	
3) أ) (w_n) متتالية هندسية أساسها 2 وحدها الأول $w_0=\ln\frac{5}{6}$	0,25	
ب) $w_n=w_0 2^n$ ومنه $w_n=2^n\ln\frac{5}{6}$ ، $w_n=\ln(v_n)$ نجد $v_n=e^{w_n}$ ، $v_n=\left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}$	0,25 0,25 0,25	
جـ) $u_n=\frac{1}{1-\left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}}$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}=0$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=1$	0,50 0,25	05
4) $S_n=1-\left(\frac{5}{6}\right)^0+1-\left(\frac{5}{6}\right)^2+1-\left(\frac{5}{6}\right)^4+\dots+1-\left(\frac{5}{6}\right)^{2n}$ ، $S_n=(n+1)-\left(\frac{5}{6}\right)\times\frac{1-\left(\frac{5}{6}\right)^{2n+2}}{\frac{11}{36}}$ ومنه $S_n=n+\frac{30}{11}\left(\frac{5}{6}\right)^{2n+1}-\frac{19}{11}$	0,50	
التمرين الثاني: (04,5 نقطة)		
I) 1) $S=\left\{\frac{\sqrt{2}}{2};\sqrt{2}-\sqrt{2}i;\sqrt{2}+\sqrt{2}i\right\}$	01	
2) $z=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i0}$ و $z=2e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z=2e^{i\frac{\pi}{4}}$.	0,75	03,75
II) 1) تعليم النقط.	0,50	
2) $d=-\sqrt{2}+3\sqrt{2}i$ ، $e=-\sqrt{2}-\sqrt{2}i$.	0,50×2	
III) 1) $z=\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$.	0,50	

www.ency-education.com

© www.eddirasa.com

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
2) الرباعي $BDFE$ مربع.	0,75	0,75
التمرين الثالث: (04 نقاط)		
1) ABC مثلث قائم في A.	0,50	
2) $(P): x+y+z-3=0$.	0,50	
3) أ) دراسة تعامد (P) و (P'): $\overrightarrow{n_{(P)}}(1;1;1)$ ناظمي لـ (P)، $\overrightarrow{n_{(P')}}(1;0;-1)$ شعاع ناظمي لـ (P'): $\overrightarrow{n_{(P)}}\cdot\overrightarrow{n_{(P')}}=0$،	0,50	
ب) تبيان أن المستقيم (Δ) هو مستقيم تقاطع (P) و (P'). (نقبل كل الطرق).	0,75	04
4) أ) H هي المسقط العمودي لـ D على (Δ) معناه $H\in(\Delta)$ و $\overrightarrow{HD}\perp\overrightarrow{V}$	0,50	
ب) $d\left(D;(\Delta)\right)=HD=\sqrt{\frac{16}{9}+\frac{1}{9}+\frac{4}{9}}=\frac{\sqrt{21}}{3}$.	0,50	
5) أ) $E(0;4;-1)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ)	0,25	
ب) $V_{ABCE}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times AB\times AC\times EA=27u.v$.	0,50	
التمرين الرابع: (06,5 نقطة)		
I) 1) أ) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0$ ، $\lim\limits_{x\to 0} g(x)=-\infty$ ،	0,50	
ب) $g'(x)=-\ln x$ و إشارة $g'(x)$ ثم استنتاج اتجاه تغير g، تشكيل جدول التغيرات	0,75	
2) تبيان المعادلة $g(x)=-1$ تقبل حلا وحيدا α حيث $3,5<\alpha<3,6$	0,50	
3) إشارة $g(x)+1$ على $]0;+\infty[$.	0,25	
II) 1) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty$ نستنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته $x=0$.	0,25	
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ نستنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته $y=0$.	0,25	
2) أ) برهان أن: $f'(x)=\frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$.	0,50	05,5
ب) الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;\alpha]$ و متناقصة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$	0,25	
جدول التغيرات	0,25	
ج) $(T): y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$	0,50	
د) $\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}=0$ ، المنحنى (C_f) الممثل للدالة f يقبل مماسا أفقيا معادلته: $y=f(\alpha)$ عند النقطة ذات الفاصلة α.	0,50	
3) أ) تبيان أن: $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha}$.	0,25	
ب) $0,28<f(\alpha)<0,29$.	0,25	
ج) الرسم.	0,50	

178

www.ency-education.com

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
4) أ) التحقق من أن (E) يؤول حلها إلى حل المعادلة $f(x)=\frac{1}{2}x-m$	0,25	01
ب) المعادلة تقبل حلين متمايزين معناه $-m<-\frac{1}{2}$ أي $m\in\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$.	0,25	
5) أ) تبيان أن الدالة h زوجية.	0,25	
ب) الرسم.	0,25	

www.ency-education.com