الإجابة النموذجية لموضوع امتحان بكالوريا دورة: 2014

اختبار مادة: الرياضيات　　　**الشعبة: تقني رياضي**　　　**المدة: 04 ساعات ونصف**

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأ	**(الموضوع الأول)**
		التمرين الأول: (05.5 نقطة)
		1) حل المعادلة:
	4x0.25	$\Delta=(2i)^2$ ، $z_1=\sqrt{3}+i$ و $z_2=\sqrt{3}-i$ و $z_3=i$ ....
	01	2) أ) $\dfrac{z_1}{z_2}=e^{i\left(\frac{\pi}{3}\right)}$ ....
	0.5	ب) $\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^n=e^{i\left(n\frac{\pi}{3}\right)}$ ؛ $\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^n$ تخيلي صرف معناه $2n=3+6k$ ليس لها حل في
	0.25	لأن $2n$ زوجي و $3+6k$ فردي ومنه لا يوجد أي عدد طبيعي يحقق المطلوب....
05.5	0.5	3) أ) $\dfrac{z_3-z_1}{z_2-z_1}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i=\dfrac{\sqrt{3}}{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{2}\right)}$ ....
	0.5	$z'-z_1=\dfrac{\sqrt{3}}{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{2}\right)}(z-z_1)$ (أو $z'=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}iz+\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{5}{2}i$) النسبة $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$،الزاوية $-\dfrac{\pi}{2}$
	0.5	ب) المثلث ABC قائم في A ، مع قبول أي تبرير صحيح..............................
	0.75	4) أ) (E) هي الدائرة التي مركزها $\Omega\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};1\right)$ ونصف قطرها $r=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$ ....
	0.5	ب) (E') هي محور القطعة $[AC]$(أو معادلة (E') : $x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$)...........................
		التمرين الثاني: (04.5 نقط)
	0.5	1) أ) بحل الجملة نجد $t=-1$ و $t'=-1$، إذن $B(1;0;2)$ ....
	0.5	ب) $(P):\begin{cases}x=1+2t\\ y=\quad -2t-t'\\ z=2-t+2t'\end{cases}\ ;(t;t')\in\mathbb{R}^2$ ....
	0.5	2) أ) $A(6;4;4)$ لا تنتمي إلى المستوي (P)،لأن الجملة $\begin{cases}6=1+2t\\ 4=\quad -2t-t'\\ 4=2-t+2t'\end{cases}$ ليس لها حل.
04.5		ب) $B\in(P)$ و $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_1=0$ و $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_2=0$، حيث $\vec{u}_1$ و $\vec{u}_2$ شعاعا توجيه (Δ_1) و (Δ_2)
	0.5	إذن B هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P)..............................
	0.5	3) أ) $(Q):5x+y-7z-6=0$ ....
	0.5	ب) $C(3;-2;1)$ و $D(1;1;0)$ ....

	01	4) أ) BCD قائم في B، $V(ABCD)=\frac{15}{2}uv$ ....
	0.5	ب) $S(ACD)=\frac{3\times V(ABCD)}{d(B,(Q))}$ ومنه $S(ACD)=\frac{3\times\frac{15}{2}}{\sqrt{3}}=\frac{15\sqrt{3}}{2}ua$ ....
		التمرين الثالث: (04 نقط)
	0.5	I- 1) $f(x)-x\geq 0$ في $]1;2]$ و $f(x)-x<0$ في $]2;+\infty[$ ....
	0.75	2)أ) $f'(x)=\frac{x-2}{x-1}$ ، f متزايدة تماما على $[2;+\infty[$ و متناقصة تماما على $]1;2]$...........
	0.5	ب) f متزايدة تماما على $[2;e+1]$، $2\leq x\leq e+1$ ومنه $2=f(2)\leq f(x)\leq f(e+1)=e$
		II) 1) $u_0\in[2;e+1]$ محقق.
04	0.75	نفرض $u_n\in[2;e+1]$ ومنه، حسب 2ب)، $u_{n+1}=f(u_n)\in[2;e+1]$ إذن ....
		2) $u_{n+1}-u_n=f(u_n)-u_n$ وبما أن $u_n\in[2;e+1]$ فإن $u_{n+1}-u_n\leq 0$
	0.5	ومنه (u_n) متناقصة ....
	0.5	3) (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل (بالعدد 2) فهي متقاربة ....
	0. 5	بفرض $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=l$ فإن $l=f(l)$ لأن f مستمرة ومنه $l=2$ ....
		التمرين الرابع: (06 نقط)
	0.25	I)1) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}g(x)=0$ ....
	0.25	$g'(x)=2+\ln x$ ....
	0.25	إشارة $g'(x)$: $0\quad -\quad e^{-2}\quad +\quad 3$ ....
	0.25	$g(3)=3+3\ln 3$ و $g(e^{-2})=-e^{-2}$ ، جدول التغيرات ....
	0.25	2)أ) $2\notin]-e^{-2},0]$ ومنه المعادلة $g(x)=2$ لا تقبل حلا في $]-e^{-2},0]$ ....
	0.25	g مستمرة ومتزايدة تماما على $[e^{-2};3]$ و $2\in[-e^{-2};3+3\ln 3]$ إذن للمعادلة حل وحيد في المجال $]e^{-2};3[$.
	0.25	و $g(1,45)\approx 1,99;\ g(1,46)\approx 2,01$ ومنه $1,45<\sim<1,46$ ....
	0.25	ب) إشارة $g(x)-2$: $0\quad -\quad \sim\quad +\quad 3$ ....
	0.25	II)1) f لا تقبل الاشتقاق عند 2، لأن (C_f) لا يقبل مماسا في النقطة ذات الفاصلة 2 ......
06	0. 5	2) العدد المشتق من اليمين هو $\ln 2$ والعدد المشتق من اليسار هو $-\ln 2$ ....
	0.25	3) $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)=-\infty$ ....
	0. 5	من أجل $x\in]0;2[$، $f'(x)=-\frac{g(x)-2}{x}$، من أجل $x\in]2;3]$، $f'(x)=\frac{g(x)-2}{x}$
	0.5	إشارة $f'(x)$: $0\quad +\quad \sim\quad -\quad 2\quad +\quad 3$ ....
	0.25	$f(\sim)=(2-\sim)\ln\sim$ ، $f(2)=0$ ، $f(3)=\ln 3$، جدول التغيرات ....

III(1 $\lim_{x \xrightarrow{<} \frac{\pi}{2}} h(x) = -\infty$ و منه $x=\frac{\pi}{2}$ معادلة مستقيم مقارب (Δ)	0.25
2) $h(x)=f(\cos x)$	0.25
h مركب الدالة $x \mapsto \cos x$ متبوعة بالدالة $x \mapsto f(x)$	0.25
الدالة "cos" متناقصة تماما على $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ و f متزايدة تماما على $]0;1[$ ومنه h متناقصة تماما على $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$	0.25
$h(0)=0$ و $h'(0)=0$ وجدول التغيرات	0.25
رسم (Δ) و (C_h)	0. 5
	العلامة

مجموع	مجزأة	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
		التمرين الأول: (04.5 نقط)
	0.75	1) أ) $(¥)$ هي الدائرة التي مركزها A ونصف قطرها 2. إنشاء $(¥)$ ....
	0.75	ب) $(¥')$ نصف مستقيم مبدؤه A ومعامل توجيهه $tg(\frac{3®}{4})=-1$. إنشاء $(¥')$ ....
	0.5	جـ) إحداثيات نقطة تقاطع $(¥)$ و $(¥')$ هي: $\left(1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right)$ ....
	0.5	2) أ) $\frac{z_1-z_0}{z_0}=i\sqrt{2}$ ....
04.5	0. 5	$\frac{z_0-z_1}{z_0}=-i\sqrt{2}$ ومنه OAB مثلث قائم في A ....
	0.25	ب) $z_2=1+\sqrt{2}+i\left(1+\sqrt{2}\right)$ ....
	0. 5	جـ) $\begin{cases} \sim +\left(1+\sqrt{2}\right) \quad =0 \\ \sim + \quad =\sqrt{2} \end{cases}$ ومنه $(\sim; \quad)=\left(1+\sqrt{2};-1\right)$ ....
	0.5	د) $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AC}=0$ ، (E) هي المستقيم المار من O و $\overrightarrow{AC}$ شعاع ناظمي له..... (تبرير آخر: معادلة (E) هي $y=-x$)
	0.25	إنشاء (E) ....
		التمرين الثاني: (**4.5 نقطة**)
	01	1) أ) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=18$ و $BAC=34°$ ....
	0.5	ب) $BAC\neq 0$ و $BAC\neq ®$ ومنه A ، B ، C تعين مستويا..........................
	0.5	2) أ) $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ و $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ ....
04.5	0.5	ب) $(ABC):2x-y+2z-3=0$ ....
	01	3) $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=9$ ، $\Omega(2;-3;1)$ ، $R=3$ ....
	0.25	4) $(P):2x-y+2z+d=0$ ....
	0.5	$\lvert 9+d\rvert=9$ ومنه $d=0$ ، $d=-18$ ....
	0.25	$(P_1):2x-y+2z=0$ و $(P_2):2x-y+2z-18=0$ ....
		التمرين الثالث: (**05 نقط**)
	01	1) بواقي القسمة الإقليدية على 16 للعدد 5^n :
05	0. 5	2) أ) من أجل $p=4k+2$ ، $(k\in \quad)$ ، $5^p\equiv 9[16]$ ومنه يوجد $n\in$ يحقق $5^p=9+16n$ أي $C_n=D_p$ ....
	0.5	ب) من أجل $p=6$ ، $n=976$ ....
		3) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، $f'(x)=4\ln 5\times 5^{4x+2}>0$ ، f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$

قيم n	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$
الباقي	1	5	9	13

جدول التغيرات	0.75	
استنتاج أن $f\left(x\right)>0$	0.5	
4) أ) $\frac{5^{(4\times0+2)}-9}{16}=1=u_0$. نفرض $u_n=\frac{5^{(4n+2)}-9}{16}$ ومن $u_{n+1}=5^4(u_n+\frac{9}{16})-\frac{9}{16}$ نجد $u_{n+1}=\frac{5^{4n+6}-9}{16}$		
ومنه لكل $n\in$ ، $u_n=\frac{5^{(4n+2)}-9}{16}$	0.75	
ب) $5^{(4n+2)}\equiv9[16]$ ومنه $5^{(4n+2)}-9\equiv0[16]$ أي $u_n=\frac{5^{(4n+2)}-9}{16}\in$	0.5	
5) $u_n=\frac{1}{16}f\left(n\right)$ و $\frac{1}{16}>0$ ومنه (u_n) متزايدة تماما لأن f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$	0.5	
<u>التمرين الرابع</u>: (06 نقطة)		
1) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$	0.5	
2) $f'\left(x\right)=xe^x$ ، f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty;0]$	0.75	
جدول التغيرات	0.25	
3) أ) $1\notin[-1;0[$ ومنه المعادلة لا تقبل حلولا على $]-\infty;0]$	0.25	
f مستمرة ومتزايدة تماما على $[0;+\infty[$ و $1\in[-1;+\infty[$ إذن المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا		
وحيدا في	0. 25	06
$f\left(1,27\right)<1<f\left(1,28\right)$ لأن $f\left(1,27\right)$ □ $0.96;\ f\left(1,28\right)$ □1.01	0.5	
ب) $\left(T\right):y=ex-e$ ، $\left(C_f\right)$ أعلى $\left(T\right)$ لأن $f\left(x\right)-y=(x-1)(e^x-e)\geq0$ ...	0.75	
جـ) رسم $\left(T\right)$ و $\left(C_f\right)$	0.75	
4) $(x-1)e^x-(m-1)e^m=-1$ تعني $f\left(x\right)=f\left(m\right)-1$	0.25	
$f\left(x\right)=f\left(m\right)-1$ تقبل حلا واحدا إذا كان $f\left(m\right)-1=-1$ أو $f\left(m\right)-1\geq0$	0.25	
أي $m=1$ أو $m\geq$ ~ (f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ و $\sim>0$)	0. 25	
5) أ) h دالة زوجية لأنها معرفة على و $h(-x)=h(x)$	0.25	
ب) إذا كان $x\leq0$ فإن $h(x)=-f(x)$ ومنه (C_h) نظير (C_f) بالنسبة إلى محور		
الفواصل على المجال $]-\infty;0]$ ثم نكمل الرسم بالتناظر بالنسبة إلى محور التراتيب	0.25	
رسم (C_h)	0.25	
6) $g'\left(x\right)=(ax+a+b)e^x$ ، بالمطابقة نجد، $a=1$ ، $b=-2$	0. 5	