الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي دورة: جوان 2014

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأوّل

التمرين الأول: (05,5 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة: $(z-i)\left(z^2-2\sqrt{3}z+4\right)=0$

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$

نسمي A ، B و C نقط المستوي التي لاحقاتها على الترتيب $z_1=\sqrt{3}+i$ ، $z_2=\sqrt{3}-i$ و $z_3=i$

أ) أكتب العدد $\frac{z_1}{z_2}$ على الشكل الأسي.

ب) هل توجد قيم للعدد الطبيعي n يكون من أجلها العدد المركب $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n$ تخيليا صرفا ؟ برّر إجابتك.

3) أ) عيّن العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه A ويحول B إلى C، محددا نسبته وزاويته.

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC

4) أ) عيّن العناصر المميزة لـ (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي تحقق:

$$|z-z_1|^2+|z-z_3|^2=5$$

ب) عيّن (E') مجموعة النقط M من المستوي التي لاحقتها z حيث: $|z-z_1|=|z-z_3|$

التمرين الثاني: (04,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

(Δ_1) و (Δ_2) مستقيمان من الفضاء معرفان بتمثيليهما الوسيطيين التاليين:

$$(\Delta_1):\begin{cases}x=3+2t\\ y=-2-2t \quad (t\in \ )\\ z=1-t\end{cases} \quad \text{و} \quad (\Delta_2):\begin{cases}x=1\\ y=-1-t' \quad (t'\in \ )\\ z=4+2t'\end{cases}$$

1) أ) عيّن إحداثيات النقطة B تقاطع المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2)

ب) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) المعيّن بالمستقيمين (Δ_1) و (Δ_2)

2) أ) أثبت أن النقطة $A\left(6;4;4\right)$ لا تنتمي إلى المستوي $\left(P\right)$

ب) بيّن أن النقطة B هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي $\left(P\right)$

3) أ) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي $\left(Q\right)$ الذي يشمل النقطة A و $\vec{n}\left(5;1;-7\right)$ شعاع ناظمي له.

ب) عيّن إحداثيات C و D نقطتي تقاطع $\left(Q\right)$ مع كل من $\left(\Delta_1\right)$ و $\left(\Delta_2\right)$ على الترتيب.

4) أ) عيّن طبيعة المثلث BCD، ثم أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

ب) استنتج مساحة المثلث ACD

<u>التمرين الثالث</u>: (04 نقاط)

I) f هي الدالة المعرفة على المجال $\left]1;+\infty\right[$ بـ: $f\left(x\right)=x-\ln\left(x-1\right)$

1) حدد حسب قيم x، إشارة $f\left(x\right)-x$

2) أ) عيّن اتجاه تغيّر f

ب) بيّن أنه إذا كان $x\in\left[2;e+1\right]$ فإن $f\left(x\right)\in\left[2;e+1\right]$

II) $\left(u_n\right)$ المتتالية المعرفة على كما يلي: $u_0=e+1$ ومن أجل كل n من ، $u_{n+1}=u_n-\ln\left(u_n-1\right)$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من ، $u_n\in\left[2;e+1\right]$

2) أدرس اتجاه تغير المتتالية $\left(u_n\right)$

3) برر تقارب المتتالية $\left(u_n\right)$، ثم أحسب نهايتها.

<u>التمرين الرابع</u>: (06 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

I) g الدالة المعرفة على المجال $\left]0;3\right[$ بـ: $g\left(x\right)=x\ln x+x$

1) أدرس تغيرات الدالة g

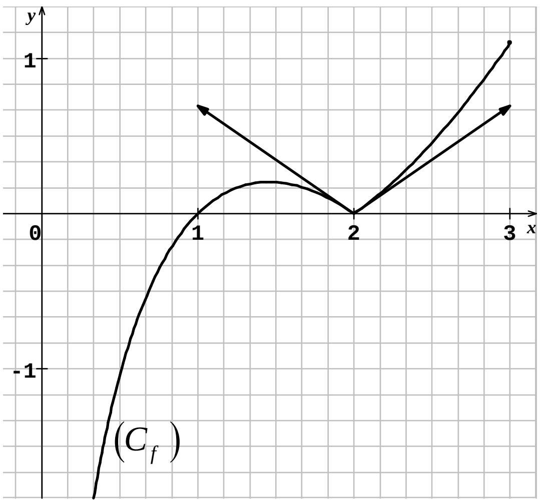
2) أ) بيّن أن المعادلة $g\left(x\right)=2$ تقبل حلا وحيدا ~ في $\left]0;3\right[$

ثم تحقق أن $1,45<\sim<1,46$

ب) استنتج إشارة $g\left(x\right)-2$

II) التمثيل البياني المقابل $\left(C_f\right)$ هو للدالة f المعرفة على

المجال $\left]0;3\right[$ بـ: $f\left(x\right)=\left|x-2\right|\ln x$



1) باستعمال $\left(C_f\right)$ ضع تخمينا حول قابلية اشتقاق الدالة f عند 2

2) أثبت صحة تخمينك.

3) أدرس تغيرات الدالة f

III) h الدالة المعرفة على $\left[0;\frac{®}{2}\right[$ كما يلي: $h\left(x\right)=\left(2-\cos x\right)\ln\left(\cos x\right)$

1) بيّن أن المستقيم $\left(\Delta\right)$ ذو المعادلة $x=\frac{®}{2}$ مقارب للمنحنى $\left(C_h\right)$؛ حيث $\left(C_h\right)$هو التمثيل البياني للدالة h

2) أدرس اتجاه تغير الدالة h، ثم شكل جدول تغيراتها وارسم $\left(\Delta\right)$ و $\left(C_h\right)$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04,5 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ النقطة A ذات اللاحقة $z_0 = 1+i$

1) أ) عيّن ثم أنشئ $(¥)$ مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $z = z_0 + 2e^{i¯}$ و $¯$ يمسح

ب) عيّن ثم أنشئ $(¥')$ مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $z = z_0 + ke^{i\left(\frac{3®}{4}\right)}$ و k يمسح $^{+}$

ج) عيّن إحداثيات نقطة تقاطع $(¥)$ و $(¥')$

2) نسمي B النقطة التي لاحقتها z_1 حيث $z_1 = z_0 + 2e^{i\left(\frac{3®}{4}\right)}$

أ) عيّن الشكل الجبري للعدد المركب $\frac{z_1 - z_0}{z_0}$، ثم استنتج طبيعة المثلث OAB

ب) عيّن z_2 لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A وزاويته $-\frac{®}{2}$

ج) عيّن العددين الحقيقيين ~ و بحيث تكون النقطة O مرجحا للجملة $\left\{(A;~),(C;\ )\right\}$ و $~+\ =\sqrt{2}$

د) عيّن ثم أنشئ (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left(\left(1+\sqrt{2}\right)\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\right).\left(\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\right) = 0$

التمرين الثاني: (04,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

A ، B و C ثلاث نقط من الفضاء حيث $A(0;-1;1)$ ، $B(1;3;2)$ و $C(-1;3;4)$

1) أ) أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ، ثم استنتج القيمة المدورة إلى الوحدة، بالدرجات، للزاوية BAC

ب) بيّن أن النقط A ، B ، C تعين مستويا.

2) أ) بيّن أن الشعاع $\vec{n}(2;-1;2)$ ناظمي للمستوي (ABC)

ب) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3) ليكن (S) سطح الكرة الذي معادلته: $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 2z + 5 = 0$

نسمي Ω و R مركز و نصف قطر (S) احسب R وعيّن احداثيات Ω

4) أكتب معادلة ديكارتية لكل من المستويين (P_1) و (P_2) مماسي سطح الكرة (S) والموازيين للمستوي (ABC)

التمرين الثالث: (05 نقاط)

n و p عددان طبيعيان.

1) أدرس، حسب قيم n، بواقي القسمة الإقليدية على 16 للعدد 5^n

2) نضع: $C_n = 16n + 9$ و $D_p = 5^p$

أ) بيّن أنه إذا كان $p = 4k + 2$ حيث k عدد طبيعي، فإنه يوجد عدد طبيعي n يحقق $C_n = D_p$

ب) عيّن n من أجل $p = 6$

3) f هي الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=5^{(4x+2)}-9$

أدرس تغيرات الدالة f، ثم استنتج إشارة $f(x)$

4) (u_n) المتتالية المعرفة على كما يلي: $u_0=1$ و من أجل كل n **من** ، $u_{n+1}=5^4\left(u_n+\frac{9}{16}\right)-\frac{9}{16}$

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=\dfrac{5^{(4n+2)}-9}{16}$

ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، فإن u_n عدد طبيعي.

5) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

<u>التمرين الرابع</u>: (06 نقاط)

f هي الدالة المعرفة على بـ: $f(x)=(x-1)e^x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) عيّن نهاية f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f على ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) بيّن أن المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا ~ على ، ثم تحقق أن $1,27<\sim<1,28$

ب) أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 وحدّد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T)

جـ) أرسم (T) و (C_f)

4) عيّن قيم العدد الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $(x-1)e^x-(m-1)e^m=-1$ حلا واحدا في

5) h هي الدالة المعرفة على بـ: $h(x)=(|x|+1)e^{-|x|}$ و (C_h) تمثيلها البياني

أ) بيّن أنّ الدالة h زوجية.

ب) ارسم (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f)

6) g دالة معرفة على بـ: $g(x)=(ax+b)e^x$ حيث: a، b عددان حقيقيان

عيّن a، b حتى يكون: من أجل كل x من ؛ $g'(x)=f(x)$