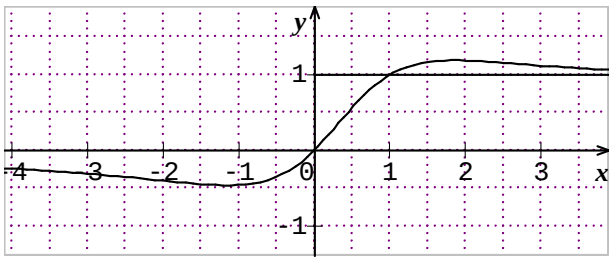
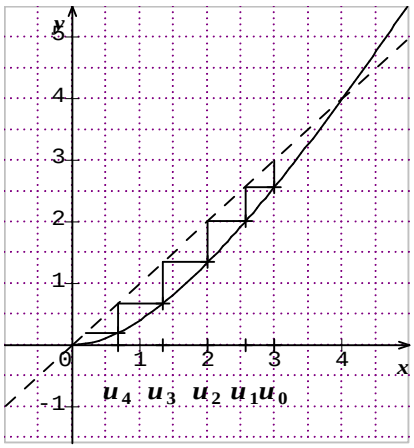
الإجابة النموذجية

عدد الصفحات 05

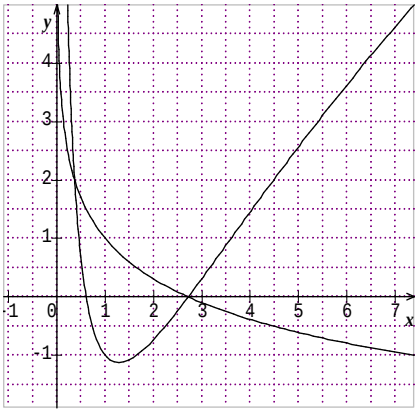
عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (05 نقاط)		
1) صحيح لأنّ الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا.....	0.5+0.25	
2) خطأ لأنّ النقطة A لا تنتمي إلى (P).....	0,25×2	
3) صحيح لأنّ إحداثيات النقط A ، D و C تحقق المعادلة.....	0,5+0,25	
4) صحيح لأنّ إحداثيات A و C تحقق الجملة أو لأن $\overrightarrow{AC} = -\vec{U}$ و إحداثيات C تحقق الجملة ، حيث $\vec{U}(2;3;-4)$.....	0,75+0.25	**05**
5) خطأ لأنّ المسافة بين D و (P) تساوي $\frac{2}{3}$.....	0,5+0,25	
6) صحيح لأنّ $E \in (P)$ و $\overrightarrow{EC}$ ناظمي للمستوي (P).....	0,5+0,25	
7) خطأ لأنّ D ليست منتصف القطعة $[AC]$.....	0.25 ×2	
التمرين الثاني: (05 نقاط)		
1) $\Delta = 4i^2$ ، الحلول هي $z_1 = 1+2i$ ، $z_2 = 1+\sqrt{3}+i$ ، $z_3 = 1+\sqrt{3}-i$	0,25×4	
2) أ) $\lvert z_B - z_A\rvert = \lvert z_D - z_C\rvert = 2$ و $\frac{z_D - z_A}{z_C - z_B} = 2$ ومنه $AB = CD$ و $(BC)//(AD)$...	0,5×2	
ب) $\frac{z_A + z_C}{2} \neq \frac{z_B + z_D}{2}$ والرباعي هو شبه منحرف متساوي الساقين	0,25×3	
3) أ) تبيان أنّ: $\frac{z_D - z_B}{z_A - z_B} = \sqrt{3}\times e^{i\frac{\pi}{2}}$	0,75	
$z_D - z_B = \sqrt{3}\times e^{i\frac{\pi}{2}}(z_A - z_B)$ ومنه D صورة A بتشابه مباشر نسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ...	0,5	**05**
ب) المثلث ADB قائم في B.....	0,25	
النقط A، B، C و D تنتمي إلى الدائرة (¥) التي قطرها $[AD]$ لأن: $ABD = ACD = \frac{\pi}{2}$	0.5	
نصف القطر $r = 2$ والمركز $\Omega(1;0)$.....		
جـ) إنشاء $ABCD$: نعلّم A و D ؛ B هي نقطة تقاطع (¥) والمستقيم ذي المعادلة $y = 1$ و C هي تقاطع (¥) والمستقيم ذي المعادلة $y = -1$ ؛ فاصلة كل من B و C موجبة.....	0.25	
التمرين الثالث: (04 نقاط)		
1) أ) $PGCD(2013,1962) = 3$	0,5	
ب) $PGCD(2013,1962) = 3$ يقسم 54 إذن المعادلة حلولا	0,25	**04**
جـ) (E) تكافئ $671x = 6(109y + 3)$ ومنه $6/671x$ و 6 أولي مع 671 إذن $6/x$ أي $x \equiv 0[6]$ (حسب مبرهنة غوص)	0,5	
د) $(x_0, y_0) = (78,80)$ ..... حلول المعادلة هي الثنائيات (x,y) حيث $x = 78+654k$ و $y = 80+671k$ ($k \in$)...	0,5 1	

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
2) أ) d من قواسم 18 إذن $d \in \{1,2,3,6,9,18\}$	0.5	
ب) $a = 1386 + 11772p$ و $b = 1422 + 12078p$ و $(p \in$)	0.75	
التمرين الرابع: (06 نقاط)		
I) 1) $\lim_{x\to-\infty} g(x) = -1$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$	2×0,25	
$g'(x) = (1-x)e^x$ ، $g'(x) \geq 0$ لما $x \leq 1$ و $g'(x) < 0$ لما $x > 1$	0,5	
جدول التغيرات:	0,25	
2) g مستمرة ومتزايدة تماما على $]-\infty;1]$ و $g(1) > 0$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x) = -1$ ومنه للمعادلة $g(x) = 0$		06
حل وحيد α في المجال $]-\infty;1]$، بنفس الطريقة نبين للمعادلة حل وحيد في المجال $]1;+\infty[$	0,75	
$-1,2 < \alpha < -1,1$ لأن: $g(-1,2) \approx -0,036$ ، $g(-1,1) \approx 0,032$	0,25	
و $1,8 < \beta < 1,9$ لأن: $g(1,8) \approx 0,21$ ، $g(1,9) \approx -0,33$		
إشارة $g(x)$: $g(x) \geq 0$ لما $x \in]-\infty;\alpha]$ و $g(x) < 0$ لما $x \in [\alpha;+\infty[$	0,25	
II) 1) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$ مستقيمان مقاربان معادلتاهما $y = 0$ و $y = 1$	0,75	
2) $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - x)^2}$	0,25	
f متناقصة تماما على كل من $]-\infty;\alpha]$ و $[\beta;+\infty[$ ومتزايدة تماما على $[\alpha,\beta]$	0,25	
جدول التغيرات:	0,25	
3) $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha - 1}$ و $-0,48 < f(\alpha) < -0,45$ و $1,11 < f(\beta) < 1,25$	3×0,25	
4) رسم (C_f): ..... $f(1) = 1$	0,5	
		
5) أ) $a(\alpha) = \int_1^\alpha (f(x) - 1)dx = \left[\ln(1 - xe^{-x})\right]_1^\alpha$	0,25	
$= \ln(1 - \alpha e^{-\alpha}) - \ln(e-1) + 1$	0,25	
ب) $\lim_{\alpha\to+\infty} a(\alpha) = 1 - \ln(e-1)$ لأن $\lim_{\alpha\to+\infty} (-\alpha e^{-\alpha}) = 0$	0,25	

عناصر الإجابة (الموضـوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (05 نقاط)		
1) $1+i=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$	0,5	
2) أ) لاحقة النقطة D' هي $2i$ إذن النقطة D صامدة بالتحويل S (Dمركز S)	0,25×2	
ب) تبيان أن $z'-d=\sqrt{2}\times e^{i\frac{\pi}{4}}(z-d)$	0,5	
S تشابه مباشر مركزه D نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$	0,5	
3)أ) التحقق من أن النقطة $M_0(-3;4)$ تنتمي إلى (Δ)	0,25	
النقط التي إحداثياتها صحيحة: $M(5k-3;-3k+4)/k\in$	0,75	05
ب) صورة $M_0(-3;4)$ هي $M_0'(-5;1)$	0,25	
المستقيمان (BM_0') و (BA)متعامدان ($\arg(\frac{z_{M_0'}-z_B}{z_A-z_B})=\frac{\pi}{2}$ أو $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BM_0'}=0$)	0,75	
4) المستقيمان (BM') و (BA)متعامدان إذن : $\begin{cases}3x+5y=11\\-5\le x\le 5\\-5\le y\le 5\end{cases}$	0,5	
النقط المطلوبة هي $M_0(-3;4)$ و $M_1(2;1)$	0,5	
التمرين الثاني: (04.5 نقاط)		
1) $f'(x)=\frac{2x(x+8)}{(x+4)^2}\ge 0$ **إذن الدالة** f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$	0,5	
(أو باستعمال المنحنى المرفق)		
2) أ) تمثيل الحدود:	0,5	04.5
ب) التخمين: (U_n) متناقصة ومتقاربة نحو الصفر	0,5	
3) أ) $0\le U_0\le 3$ محققة		
نفرض $0\le U_n\le 3$ ومنه $f(0)\le f(U_n)\le f(3)$	0,5	
ومنه $0\le U_{n+1}\le 3$ لأن: $f(0)=0$ و $f(3)=\frac{18}{7}<3$		
إذن لكل $n\in$ ، $0\le U_n\le 3$		
ب): $U_{n+1}-U_n=\frac{U_n(U_n-4)}{U_n+4}<0$ (لأن $0\le U_n\le 3$)	0.5	
ومنه (U_n) متناقصة.		
جـ) (U_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة	0.5	
4) أ) $7U_{n+1}-6U_n=\frac{8U_n(U_n-3)}{U_n+4}\le 0$ لأن $0\le U_n\le 3$ ومنه نستنتج أن :		
$0\le U_{n+1}\le\frac{6}{7}U_n$	0.5	



عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
ب) البرهان بالتراجع على أن: $0 \le U_n \le 3\left(\frac{6}{7}\right)^n$	0,75	
جـ) $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{6}{7}\right)^n = 0$ لأن $(0 < \frac{6}{7} \le 1)$ إذن $\lim_{n\to+\infty} U_n = 0$ حسب مبرهنة الحصر.....	0.25	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1) تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) هو: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = 3-2t \end{cases}$ حيث $t \in$	0,5	
تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ') هو: $\begin{cases} x = -t' \\ y = 3 \\ z = t' \end{cases}$ حيث $t' \in$	0,5	
2) (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي لأنهما غير متوازيين وغير متقاطعين	0.75	
3) (P) يشمل $M_0(0;3;0)$ و موجه بالشعاعين $\vec{u}(-1;2;-2)$ و $\vec{v}(-1;0;1)$، نعين شعاعا ناظميا $\vec{n}$ لـ (P) أو نكتب تمثيلا وسيطيا له ثم نستنتج المعادلة $2x+y+2z-3=0$ ...	0.75	05
4) المسافة بين M من (Δ) و (P) هي $d = 2$	0.5	
5) أ) $A'\left(\frac{-1}{3};\frac{1}{3};\frac{5}{3}\right)$ هي نقطة تقاطع (P) مع المستقيم الذي يشمل A و يعامد (P).....	0,5	
تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ'') : $\begin{cases} x = -\frac{1}{3} + a \\ y = \frac{1}{3} + 2a \\ z = \frac{5}{3} - 2a \end{cases}$; $a \in$	0.25	
ب) $(\Delta') \cap (\Delta'') = \{B(1,3,-1)\}$	0.5	
6) أ) $f(t) = BM^2 = 9t^2 - 24t + 20$	0.25	
ب) $f'(t) = 18t - 24$ ومنه $t_0 = \frac{4}{3}$ ، $f(t_0) = 4$	0.25	
جـ) $d = 2 = \sqrt{f(t_0)}$	0.25	

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الرابع: (05.5 نقاط)		
1) أ) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=+\infty$	0,25×2	
$f'(x)=\dfrac{-1+4\ln x}{x}$	0.5	
إشارة $f'(x)$: $+\infty$ $\quad$ 0 $\quad$ $-$ $\quad$ $e^{\frac{1}{4}}$ $\quad$ $+$ $\quad$ $+\infty$	0.25	
جدول التغيرات :	0.25	
ب) **معادلة المماس** (Δ) : $y=\dfrac{3}{e}x-3$	0.5	
ج) $x=e$ **و** $x=\dfrac{1}{\sqrt{e}}$	0,25×2	
رسم (C_f) :..... 	0.50	05.5
2) أ) تغيرات الدالة g	0,75	
ب) الوضع النسبي للمنحنيين $f(x)-g(x)=2(\ln x-1)(\ln x+1)$	0,25	
الإشارة : 0 $\quad$ $+$ $\quad$ e^{-1} $\quad$ $-$ $\quad$ e $\quad$ $+$ $\quad$ $+\infty$	0,25	
(C_f) **أعلى** (C_g) **في كل من** $\left]0;\dfrac{1}{e}\right[$ **و** $]e;+\infty[$ **و** (C_f) **أسفل** (C_g) **في** $\left[\dfrac{1}{e};e\right]$	0,25	
رسم (C_g) :.....	0,25	
3) أ) $h'(x)=(\ln x)^2$ ومنه h دالة أصلية للدالة $x\mapsto(\ln x)^2$	0.25	
ب) $\int_{\frac{1}{e}}^{e}\left[f(x)-g(x)\right]dx=2\int_{\frac{1}{e}}^{e}\left[(\ln x)^2-1\right]dx=2\left[h(x)-x\right]_{\frac{1}{e}}^{e}=-\dfrac{8}{e}$	0.5	