

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

### الموضوع الأول

التمرين الأول: (03 نقاط)

- 1- ادرس، حسب قيم العدد الطبيعي  $n$ ، بواقي قسمة  $9^n$  على 11.
- 2- ما هو باقي قسمة العدد  $2011^{2012}$  على 11؟
- 3- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ، العدد  $(4 \times 9^{15n+1} + 4 \times 2011^{10n} + 2011^{2012})$  يقبل القسمة على 11.
- 4- عيّن الأعداد الطبيعية  $n$  بحيث يكون العدد  $(2011^{2012} + 2n + 2)$  مضاعفا للعدد 11.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- 1- عيّن العددين المركبين  $z_1$  و  $z_2$  بحيث:
 
$$\begin{cases} 2z_1 + 3z_2 = 9 - 2i \\ 3z_1 - z_2 = 8 + 8i \end{cases}$$
- 2- نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، النقط  $A$ ،  $B$  و  $\Omega$  التي لاحقاتها على الترتيب  $z_A$ ،  $z_B$  و  $z_\Omega$  حيث:  $z_A = 3 + 2i$ ،  $z_B = -3$  و  $z_\Omega = 1 - 2i$ .
  - (أ) أثبت أن:  $z_B - z_\Omega = i(z_A - z_\Omega)$ .
  - (ب) عيّن طبيعة المثلث  $\Omega AB$ .
  - 3-  $h$  هو التحاكي الذي مركزه النقطة  $A$  ونسبته 2.
    - (أ) عيّن الكتابة المركبة للتحاكي  $h$ .
    - (ب) عيّن  $z_C$  لاحقة النقطة  $C$  صورة النقطة  $\Omega$  بالتحاكي  $h$ .
    - (ج) عيّن  $z_D$  لاحقة النقطة  $D$  مرجح الجملة  $\{(A, 1), (B, -1), (C, 1)\}$ .
    - (د) بيّن أن  $ABCD$  مربع.
- 4- (E) مجموعة النقط  $M$  من المستوي التي تحقق:  $\|\overline{MA} - \overline{MB} + \overline{MC}\| = 4\sqrt{5}$ 
  - (أ) تحقق أن النقطة  $B$  تنتمي إلى المجموعة (E)، ثم عيّن طبيعة (E) وعناصرها المميزة.
  - (ب) أنشئ المجموعة (E).

**التمرين الثالث: (07 نقاط)**

I-  $g$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$ .

1- ادرس تغيرات الدالة  $g$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

2- بيّن أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلين أحدهما معوم والآخر  $\alpha$  حيث:  $1,59 < \alpha < 1,60$ .

3- استنتج إشارة  $g(x)$ .

II-  $f$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{2x-2}{e^x-2x}$ .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \bar{i}, \bar{j})$ . (وحدة الطول  $2cm$ ).

1- بيّن أن  $(C_f)$  يقبل عند  $-\infty$  و  $+\infty$  مستقيمين مقاربين معادلتهما على الترتيب  $y = -1$  و  $y = 0$ .

2- (أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$ .

(ب) استنتج إشارة  $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(ج) احسب  $f(1)$ ، ثم استنتج، حسب قيم  $x$ ، إشارة  $f(x)$ .

3- (أ) بيّن أن:  $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha - 1}$ ، حيث  $\alpha$  هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I.

(ب) استنتج حصراً للعدد  $f(\alpha)$  (تدور النتائج إلى  $10^{-2}$ ).

(ج) ارسم  $(C_f)$ .

4- ناقش بيانياً، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، عدد وإشارة حلول المعادلة:  $2x - 2 = (e^x - 2x)(m + 1)$ .

5-  $h$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $h(x) = [f(x)]^2$ .

(أ) احسب  $h'(x)$  بدلالة كل من  $f(x)$  و  $f'(x)$ ، ثم استنتج إشارة  $h'(x)$ .

(ب) شكّل جدول تغيرات الدالة  $h$ .

**التمرين الرابع: (04 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$ .

$(P)$  المستوي الذي يشمل النقطة  $A(2; -5; 2)$  و  $\vec{n}(-2; 1; 5)$  شعاع ناظمي له.

$(Q)$  المستوي الذي:  $x + 2y - 2 = 0$  معادلة له.

1- عيّن معادلة ديكارتية للمستوي  $(P)$ .

2- بيّن أن المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  متعامدان.

3- عيّن تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(\Delta)$ ، تقاطع المستويين  $(P)$  و  $(Q)$ .

4- (أ) احسب  $d_1$  المسافة بين النقطة  $K(3; 3; 3)$  والمستوي  $(P)$  و  $d_2$  المسافة بين النقطة  $K$  والمستوي  $(Q)$ .

(ب) استنتج  $d$  المسافة بين النقطة  $K$  والمستقيم  $(\Delta)$ .

5- احسب المسافة  $d$  بطريقة ثانية.

## الموضوع الثاني

## التمرين الأول: (05 نقاط)

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول  $z$ :

$$(z^2 + 2z + 4)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4) = 0$$

2- المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \bar{u}, \bar{v})$ .

$A, B, C$  و  $D$  نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب:

$$z_D = -1 + i\sqrt{3} \text{ و } z_C = -1 - i\sqrt{3}, z_B = \sqrt{3} - i, z_A = \sqrt{3} + i$$

(أ) اكتب كلا من  $z_A, z_B, z_C$  و  $z_D$  على الشكل الأسّي.

(ب) تحقق أن:  $\frac{z_D - z_B}{z_A - z_C} = i$ ، ثم استنتج أن المستقيمين  $(AC)$  و  $(BD)$  متعامدان.

3- العدد المركب الذي طويلته  $\frac{1}{2^n}$  و  $\frac{2\pi}{3}n$  عمدة له حيث  $n$  عدد طبيعي.

$L_n$  العدد المركب المعروف بـ:  $L_n = z_D \times z_n$ .

(أ) اكتب كلا من  $L_0, L_1$  على الشكل الجبري.

(ب)  $(U_n)$  هي المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  كما يلي:  $U_n = |L_n|$

- أثبت أن المتتالية  $(U_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

-  $M_0, M_1, \dots, M_n$  صور الأعداد المركبة  $L_0, L_1, \dots, L_n$  على الترتيب.

احسب، بدلالة  $n$ ، المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = \|OM_0\| + \|OM_1\| + \dots + \|OM_n\|$ .

- جد نهاية  $S_n$  عندما يؤول  $n$  إلى  $+\infty$ .

## التمرين الثاني: (03.5 نقاط)

نسمى  $(S)$  الجملة التالية:  $\begin{cases} x \equiv 3 [15] \\ x \equiv 6 [7] \end{cases}$  حيث  $x$  عدد صحيح ( $x \in \mathbb{Z}$ ).

1- بين أن العدد 153 حل للجملة  $(S)$ .

2- إذا كان  $x_0$  حلاً لـ  $(S)$ ، بين أن:  $(x \text{ حل لـ } (S))$  يكافئ  $\left( \begin{cases} x - x_0 \equiv 0 [15] \\ x - x_0 \equiv 0 [7] \end{cases} \right)$

3- حل الجملة  $(S)$ .

4- يريد مكتبي وضع عدد من الكتب في علب، فإذا استعمل علبا تتسع لـ 15 كتابا بقي لديه 3 كتب، وإذا

استعمل علبا تتسع لـ 7 كتب بقي لديه 6 كتب.

إذا علمت أن عدد الكتب التي بحوزته محصور بين 500 و 600 كتابا، ما عدد هذه الكتب؟

### التمرين الثالث: (04.5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . المستوي الذي:

$$\begin{cases} x = k \\ y = \frac{1}{3} - \frac{4}{3}k \\ z = -\frac{3}{4} + \frac{3}{4}k \end{cases} \quad , k \in \mathbb{R} \quad \text{المستقيم الذي: } (D) \text{ معادلة ديكارتية له و } -4x - 3y + 1 = 0$$

تمثيل وسيطي له.

1- تحقق أن المستقيم  $(D)$  محتوي في المستوي  $(P)$ .

2- أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل النقطة  $A(1;1;0)$  و  $\vec{u}(4;1;3)$  شعاع توجيه له.

ب) عين إحداثيات نقطة تقاطع المستقيمين  $(D)$  و  $(\Delta)$ .

3- بين أن:  $3x - 4z - 3 = 0$  هي معادلة ديكارتية للمستوي  $(Q)$  الذي يحوي المستقيمين  $(D)$  و  $(\Delta)$ .

4-  $M(x; y; z)$  نقطة من الفضاء.

أ) احسب المسافة بين النقطة  $M$  وكل من  $(P)$  و  $(Q)$ .

ب) أثبت أن مجموعة النقط  $M$  من الفضاء المتساوية المسافة عن كل من  $(P)$  و  $(Q)$  هي اتحاد مستويين متعامدين  $(P_1)$

و  $(P_2)$  يطلب تعيين معادلة ديكارتية لكل منهما.

$$\begin{cases} 4x + 3y - 1 = 0 \\ 3x - 4z - 3 = 0 \\ x + 3y + 4z + 2 = 0 \end{cases} \quad \text{5- عين مجموعة النقط } M(x; y; z) \text{ من الفضاء التي إحداثياتها حلول للجمل الآتية:}$$

### التمرين الرابع: (07 نقاط)

I- هي الدالة المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $g(x) = x^2 + a + b \ln(x)$  حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان.

1- عين  $a$  و  $b$  علما أن التمثيل البياني للدالة  $g$  يقبل في النقطة  $A(1; -1)$  مماسا معامل توجيهه 4.

2- نضع  $a = -2$  و  $b = 2$ .

أ) ادرس تغيرات الدالة  $g$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

ب) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على  $]0; +\infty[$ ، ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $]0; +\infty[$ .

$$\text{II- } f \text{ هي الدالة المعرفة على } ]0; +\infty[ \text{ بـ: } f(x) = x - 2 - \frac{2 \ln(x)}{x}$$

$(C_r)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . (وحدة الطول 2cm).

1- أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ .

ب) احسب  $f'(x)$ ، ثم تحقق أن:  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ .

ج) استنتج إشارة  $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

2- أ) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة:  $y = x - 2$  مقارب لـ  $(C_r)$ ، ثم ادرس وضعية  $(C_r)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$ .

ب) بين أن  $(C_r)$  يقبل مماسا  $(T)$  يوازي  $(\Delta)$ ، ثم جد معادلة له.

ج) نأخذ  $\alpha = 1,25$ . بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $x_1$  و  $x_2$  حيث:

$$0,6 < x_1 < 0,7 \quad \text{و} \quad 2,7 < x_2 < 2,8 \quad , \text{ ثم ارسم كلا من } (\Delta) \text{ و } (T) \text{ و } (C_r).$$

3- ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، عدد حلول المعادلة:  $(m+2)x + 2 \ln(x) = 0$ .