

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2011

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 03 ساعات ونصف

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (03 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 3u_n + 1$.

(v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n + \frac{1}{2}$.

في كل حالة من الحالات الثلاث الآتية اقترحت ثلاث إجابات، إجابة واحدة فقط منها صحيحة، حددها مع التعليل.

1. المتتالية (v_n) :

ب - هندسية. ج - لا حسابية ولا هندسية.

أ - حسابية.

2. نهاية المتتالية (u_n) هي :

ب - $-\frac{1}{2}$ ج - $-\infty$

أ - $+\infty$

3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = -\frac{1}{2} [1 + e^{\ln 3} + e^{2\ln 3} + e^{3\ln 3} + \dots + e^{n\ln 3}]$.

أ - $S_n = \frac{3^{n+1} - 1}{2}$ ب - $S_n = \frac{1 - 3^n}{4}$ ج - $S_n = \frac{1 - 3^{n+1}}{4}$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، المستوى (\mathcal{P}) الذي يشمل النقطة

$A(1; -2; 1)$ و $\vec{n}(-2; 1; 5)$ شعاع ناظمي له ؛ وليكن (\mathcal{Q}) المستوى ذا المعادلة $x + 2y - 7 = 0$.

1. اكتب معادلة ديكرتية للمستوي (\mathcal{P}) .

2. أ - تحقق أن النقطة $B(-1; 4; -1)$ مشتركة بين المستويين (\mathcal{P}) و (\mathcal{Q}) .

ب - بين أن المستويين (\mathcal{P}) و (\mathcal{Q}) متقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

3. لتكن النقطة $C(5; -2; -1)$

أ - احسب المسافة بين النقطة C والمستوي (\mathcal{P}) ثم المسافة بين النقطة C والمستوي (\mathcal{Q}) .

ب - أثبت أن المستويين (\mathcal{P}) و (\mathcal{Q}) متعامدان.

ج - استنتج المسافة بين النقطة C والمستقيم (Δ) .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، النقط A ، B و C التي لاحقاتها على

$$\text{الترتيب: } z_C = -4 + i \text{ و } z_B = 2 + 3i \text{ ، } z_A = -i$$

$$1. \text{ أ - اكتب على الشكل الجبري العدد المركب } \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$$

ب - عيّن طولاً العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ وعمدة له ؛ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

2. نعتبر التحويل النقطي T في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z ، النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:

$$z' = iz - 1 - i$$

أ - عيّن طبيعة التحويل T محدداً عناصره المميزة.

ب - ما هي صورة النقطة B بالتحويل T .

$$3. \text{ لتكن } D \text{ النقطة ذات اللاحقة } z_D = -6 + 2i$$

أ - بين أن النقط A ، C و D في استقامة.

ب - عيّن نسبة التحاكي h الذي مركزه A ويحول النقطة C إلى النقطة D .

ج - عيّن العناصر المميزة للتشابه S الذي مركزه A ويحول B إلى D

التمرين الرابع: (07 نقاط)

$$I \text{ نعتبر الدالة } g \text{ المعرفة على } \mathbb{R} - \{-1\} \text{ بـ: } g(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

و (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الشكل المقابل) ، بقراءة بيانية:

أ - شكل جدول تغيرات الدالة g .

ب - حل بيانياً المتراحة $g(x) > 0$.

ج - عيّن بيانياً قيم x التي يكون من أجلها $0 < g(x) < 1$

$$II \text{ لتكن الدالة } f \text{ المعرفة على المجال }]1; +\infty[\text{ بـ: } f(x) = \frac{x-1}{x+1} + \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسياً.

$$2. \text{ أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ من المجال }]1; +\infty[\text{ ، } g'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$$

ب - احسب $f'(x)$ و ادرس إشارتها ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

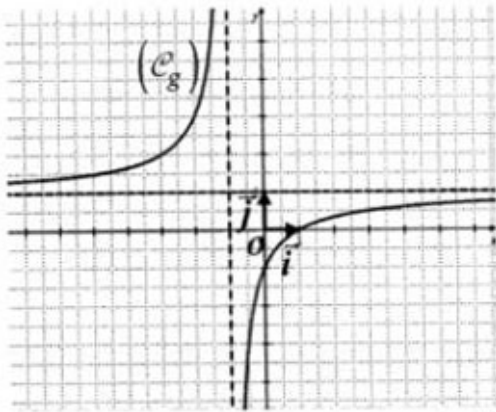
$$3. \text{ أ - باستعمال الجزء I السؤال ج - ، عيّن إشارة العبارة } \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \text{ على المجال }]1; +\infty[$$

ب - α عدد حقيقي.

بين أن الدالة $x \mapsto (x - \alpha) \ln(x - \alpha) - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln(x - \alpha)$ على المجال $]\alpha; +\infty[$.

ج - تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]\alpha; +\infty[$ ، $g(x) = 1 - \frac{2}{x+1}$ ، ثم عيّن دالة أصلية للدالة f على

المجال $]\alpha; +\infty[$.



الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقاط)

α عدد حقيقي موجب تماما ويختلف عن 1.

(u_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} بـ: $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \alpha u_n + 1$.

(v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n + \frac{1}{\alpha - 1}$.

1. أ - بَيِّنْ أَنْ (v_n) متتالية هندسية أساسها α .

ب - اكتب بدلالة n و α ، عبارة v_n ثم استنتج بدلالة n و α ، عبارة u_n .

ج - عَيِّنْ قِيمَ العدد الحقيقي α التي تكون من أجلها المتتالية (u_n) متقاربة.

2. نضع $\alpha = \frac{3}{2}$.

- احسب بدلالة n ، المجموعين T_n و S_n حيث: $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ و $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، النقط A ، B و C التي لاحقاتها على الترتيب:

$$z_C = 4i \text{ و } z_B = 3 + 2i \text{ ، } z_A = 3 - 2i$$

1. أ - عَمِّمِ النقط A ، B و C .

ب - ما طبيعة الرباعي $OABC$ ؟ عَمِّمِ إجابتك.

ج - عَيِّنْ لاحقَةَ النقطَة Ω مركز الرباعي $OABC$.

2. عَيِّنْ تَمَّ أَنْشَأْ (E) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|\overline{MO} + \overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}\| = 12$.

3. أ - حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} ، المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2 - 6z + 13 = 0$.

نسمي z_0 ، z_1 حلي هذه المعادلة.

ب - لتكن M نقطة من المستوي لاحقتها العدد المركب z .

- عَيِّنْ مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $|z - z_0| = |z - z_1|$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط $A(0; 1; 5)$ ، $B(2; 1; 7)$ و $C(3; -3; 6)$.

1. أ - اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة B و $\vec{u}(1; -4; -1)$ شعاع توجيه له.

ب - تحقق أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

ج - بَيِّنْ أَنَّ الشعاعين \overline{AB} و \overline{BC} متعامدان.

د - استنتج المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ) .

2. نعتبر النقطة $M(2+t; 1-4t; 7-t)$ حيث t عدد حقيقي ؛ ولتكن الدالة h المعرفة على \mathbb{R} بـ : $h(t) = AM$.
 أ - اكتب عبارة $h(t)$ بدلالة t .

ب - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي t ؛ $h'(t) = \frac{18t}{\sqrt{18t^2 + 8}}$.

- ج - استنتج قيمة العدد الحقيقي t التي تكون من أجلها المسافة AM أصغر ما يمكن .
 د - قارن بين القيمة الصغرى للدالة h ، و المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = e^x - ex - 1$.

(\mathcal{C}_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. أ - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب - احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها .

ج - شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2. أ - بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -ex - 1$ مقارب مائل للمنحنى (\mathcal{C}_f) بجوار $(-\infty)$.

ب - اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحنى (\mathcal{C}_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

ج - بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $]1,75; 1,76[$ حلا وحيدا α .

د - ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثم المنحنى (\mathcal{C}_f) على المجال $]-\infty; 2]$.

3. أ - احسب بدلالة α ، المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (\mathcal{C}_f) و حامل محور الفواصل والمستقيمين

الذين معادلتيهما: $x = \alpha$ و $x = 0$.

ب - أثبت أن : $A(\alpha) = \left(\frac{1}{2}e\alpha^2 - e\alpha + \alpha \right) ua$ (حيث ua هي وحدة المساحات) .