

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

**التمرين الأول: (04 نقاط)**

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة:  $(E) \dots z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$

(1) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $(E)$ ، ثم اكتب حلولها على الشكل المثلثي.

(2) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  نعتبر النقاط  $A, B, C$  التي لاحقاتها على

الترتيب:  $z_A = 2i$ ،  $z_B = \sqrt{3} + i$ ،  $z_C = \sqrt{3} - i$ ، نضع:  $L = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

(أ) اكتب  $L$  على الشكل الأسّي.

(ب) أثبت أن:  $(z_A - z_B) = L(z_C - z_B)$ ، ثم استنتج أن صورة  $A$  بتحويل نقطي يطلب تعيينه وتحديد

عناصره المميزة.

(ج) استنتج نوع المثلث  $ABC$  ثم احسب مساحته  $S$ .

**التمرين الثاني: (06 نقاط)**

$f$  دالة عددية معرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = \frac{a+b \ln 2x}{4x^2}$  حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان و  $(C_f)$

المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1/ عيّن  $a$  و  $b$  بحيث يكون المماس في النقطة  $A\left(\frac{1}{2}; 1\right)$  للمنحنى  $(C_f)$  موازيا لحامل محور الفواصل.

2/ الدالة العددية المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $g(x) = \frac{1+2 \ln 2x}{4x^2}$  و  $(C_g)$  المنحنى الممثل لها في

المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

(أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، فسّر النتيجة هندسيا.

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

(ج) حل في  $]0; +\infty[$  المعادلة  $g(x) = 0$ .

(د) أنشئ  $(C_g)$ .

3/ (أ) الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $h(x) = \frac{1 + \ln 2x}{2x}$ . احسب  $h'(x)$ .

(ب) تحقّق أن:  $g(x) = \frac{1}{4x^2} + \frac{\ln 2x}{2x^2}$  ثم استنتج دالة أصلية للدالة  $g$  على المجال  $]0; +\infty[$ .

**التمرين الثالث: (05 نقاط)**

•  $u_n = \frac{(n+1)^2}{n(n+2)}$  كما يلي:  $N^*$

1/ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  فإن:  $u_n = 1 + \frac{1}{n(n+2)}$ ، ثم استنتج أن:  $u_n > 1$

2/ ادرس اتجاه تغير  $(u_n)$  ثم بين أنها متقاربة، احسب نهاية  $(u_n)$ .

3/ ليكن الجداء  $p_n$  المعروف كما يلي:  $p_n = u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$

أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  فإن:  $p_n = \frac{2n+2}{n+2}$

4/  $(v_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $N^*$  كما يلي:  $v_n = \ln u_n$  حيث  $\ln$  دالة اللوغاريتم النيبيري

عبر بدلالة  $p_n$  عن  $S_n$  حيث:  $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$  ثم احسب نهاية  $S_n$  لما  $n$  ينتهي إلى  $+\infty$ .

**التمرين الرابع: (05 نقاط)**

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

1/ المعادلة:  $21x + 14y = 40$  لا تقبل حلولاً في مجموعة الأعداد الصحيحة

2/ في نظام التعداد ذي الأساس 7 يكون:  $3421 + 1562 = 5413$

3/ باقي القسمة الإقليدية للعدد:  $3^{2011} + \dots + 3^2 + 3 + 1$  على 7 هو: 6

4/ الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

أ- المستوي  $(\rho)$  الذي معادلته  $2x + y - z + 1 = 0$  والمسقيم  $(d)$  الذي يشمل النقطة  $A(2; 1; -1)$

و  $\vec{u}(1; -1; 1)$  شعاع توجيهه لا يشتركان في أية نقطة.

ب- معادلة المستوي  $(Q)$  الذي يشمل مبدأ المعلم  $O$  ويوازي المستوي  $(\rho)$  هي:  $x - y + z = 0$ .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (04.5 نقطة)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نعتبر النقط  $A, B, C$  و  $D$  حيث:

$$\overline{AD}(1; 5; 2), \overline{BD}(0; 7; 3), \overline{CD}(1; -3; 7) \text{ و } C(2; 8; -4)$$

1/ بين أن النقط  $A, B, D$  تعين مستويا.

2/ بين أن المستقيم  $(CD)$  يعامد المستوي  $(ABD)$

3/ المسقط العمودي للنقطة  $C$  على المستقيم  $(AB)$

أ) بين أن المستقيم  $(AB)$  يعامد المستوي  $(CDI)$

ب) عين معادلة للمستوي  $(CDI)$  واكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(AB)$

ج) استنتج إحداثيات النقطة  $I$

4/ احسب الأطوال  $AB, CD, DI$  واستنتج حجم رباعي الوجوه  $ABCD$

$$\left( \text{مساحة رباعي الوجوه} = \frac{1}{3} \times \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع} \right)$$

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$

$$L = \frac{-4\sqrt{2} + i\sqrt{2}}{5+3i} \text{ العدد المركب المعرف كما يلي:}$$

1/ أ) اكتب  $L$  على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسّي.

ب) بين أن:  $L^{12} + 1 = 0$ ، ثم احسب:  $(-4\sqrt{2} + i\sqrt{2})^{12} + (5+3i)^{12}$ .

ج)  $n$  عدد طبيعي فردي و  $p$  عدد طبيعي زوجي أثبت أن:  $L^{4n} + L^{4p} = 0$ .

2/ أ) النقطتان  $A$  و  $B$  لاحقتهما على الترتيب:  $z_A = 5+3i$  و  $z_B = 5-3i$  عين اللاحقة  $z_A$  للنقطة

$A'$  صورة النقطة  $A$  بالتشابه المباشر الذي مركزه النقطة  $B$  ونسبته  $\sqrt{2}$  وزاويته  $\frac{3\pi}{4}$ .

ب) عين  $z_G$  للاحقة النقطة  $G$  مركز ثقل المثلث  $ABA'$ .

**التمرين الثالث: (07.5 نقطة)**

(أ) الدالة العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية  $\mathbb{R}$  كما يلي:

$$f(x) = 3 - \frac{4}{e^x + 1}$$

•  $(C_f)$  منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1- ادرس تغيرات الدالة  $f$ .

2- عيّن المستقيمات المقاربة للمنحنى  $(C_f)$ .

3- بيّن أن للمنحنى  $(C_f)$  نقطة انعطاف  $\omega$  يطلب تعيينها ثم اكتب معادلة مماس  $(C_f)$  عندها.

4- لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $g(x) = f(x) - x$ .

أ- ادرس تغيرات الدالة  $g$ .

ب- بيّن أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $2,7 < \alpha < 2,8$ .

5- أ- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $f(x) = 0$ .

ب- ارسم المماس والمستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته:  $y = x$  والمنحنى  $(C_f)$ .

(ب)  $(U_n)$  المتتالية العددية المعرفة كما يلي:  $U_0 = 1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $U_{n+1} = f(U_n)$ .

1- باستخدام  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  مثل  $U_0$  و  $U_1$  و  $U_2$  على حامل محور الفواصل.

2- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:  $1 \leq U_n < \alpha$ .

3- بيّن أن المتتالية  $(U_n)$  متزايدة تماما.

4- استنتج أن  $(U_n)$  متقاربة و بيّن أن:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \alpha$ .

**التمرين الرابع: (04 نقاط)**

من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $A_n = 2^n + 3^n + 4^n + 5^n + 6^n$

(1) تحقّق أن:  $4 \equiv -3[7]$  ثم بيّن أن:  $A_3 \equiv 6[7]$ .

(2) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين  $2^n$  و  $3^n$  على 7.

(3) بيّن أنه إذا كان  $n$  فرديا فإن  $A_n + 1$  يقبل القسمة على 7 واستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد

$A_{2011}$  على 7.

(4) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد  $A_{1432}$  على 7؟