

## الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

وزارة التربية الوطنية

دورة: جوان 2010

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة : علوم تجريبية

المدة: 03 ساعات و نصف

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأولالتمرين الأول: ( 05 نقاط )

نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  النقطتين  $A$  و  $B$  اللتين لاحقتيهما على الترتيب:  $z_A = 1+i$  و  $z_B = 3i$ .

(1) اكتب على الشكل الآسي:  $z_A$  و  $z_B$ .(2) ليكن  $S$  التشابه المباشر الذي يرفق بكل نقطة  $M$  لاحقتها  $z$  النقطة  $M'$  ذات اللاحقة  $z'$  حيث:

$$z' = 2iz + 6 + 3i$$

(أ) عين العناصر المميزة للتشابه المباشر  $S$ .(ب) عين  $z_C$  لاحقة النقطة  $C$  صورة النقطة  $A$  بالتشابه المباشر  $S$ .(ج) استنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .(3) لتكن النقطة  $D$  مرجح الجملة  $\{(A; 2), (B; -2), (C; 2)\}$ .(أ) عين  $z_D$  لاحقة النقطة  $D$ .(ب) عين مع التبرير طبيعة الرباعي  $ABCD$ .(4) لتكن  $M$  نقطة من المستوي تختلف عن  $B$  وعن  $D$  لاحقتها  $z$  ولتكن  $(\Delta)$  مجموعة النقط  $M$  ذاتاللاحقة  $z$  التي يكون من أجلها  $\frac{z_B - z}{z_D - z}$  عددا حقيقيا موجبا تماما.(أ) تحقق أن النقطة  $E$  ذات اللاحقة  $z_E = 6 + 3i$  تنتمي إلى  $(\Delta)$ .(ب) أعط تفسيراً هندسياً لعمدة العدد المركب  $\frac{z_B - z}{z_D - z}$ . عين حينئذ المجموعة  $(\Delta)$ .التمرين الثاني: (05 نقاط)نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط  $A(1; 1; 0)$ ، $B(2; 1; 1)$  و  $C(-1; 2; -1)$ .(1) أ) بين أن النقط  $A$ ،  $B$  و  $C$  ليست في استقامية.(ب) بين أن المعادلة الديكارتية للمستوي  $(ABC)$  هي:  $x + y - z - 2 = 0$ .(2) نعتبر المستويين  $(P)$  و  $(Q)$  اللذين معادلتيهما على الترتيب:

$$(P): x + 2y - 3z + 1 = 0 \quad \text{و} \quad (Q): 2x + y - z - 1 = 0$$

والمستقيم  $(D)$  الذي يشمل النقطة  $F(0; 4; 3)$  و  $\vec{u}(-1; 5; 3)$  شعاع توجيه له.

- (أ) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).  
 (ب) تحقق أن تقاطع المستويين (P) و (Q) هو المستقيم (D).  
 (3) عين تقاطع المستويات الثلاث (ABC)، (P) و (Q).

**التمرين الثالث: (10 نقاط)**

(I) لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $I = ]\frac{1}{2}; +\infty[$  بـ:  $f(x) = 1 + \ln(2x - 1)$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

- (1) احسب  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .  
 (2) بين أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $I$  ثم شكل جدول تغيراتها.  
 (3) عين فاصلة النقطة من  $(C_f)$  التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d) ذي المعادلة  $y = x$ .

(4) (أ) أثبت أنه من أجل كل  $x$  من  $I$  يمكن كتابة  $f(x)$  على الشكل :

$$f(x) = \ln(x + a) + b \quad \text{حيث: } a, b \text{ عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما.}$$

(ب) استنتج أنه يمكن رسم  $(C_f)$  انطلاقا من  $(C)$  منحنى الدالة اللوغاريتمية النيبيرية  $\ln$  ثم ارسم  $(C)$  و  $(C_f)$ .

(II) نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $I$  بـ:  $g(x) = f(x) - x$

$$(1) \text{ احسب } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} g(x) \text{ ثم بين أن } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$$

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على  $I$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) (أ) احسب  $g(1)$  ثم بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل في المجال  $] \frac{3}{2}; +\infty[$  حلا وحيدا  $\alpha$ .  
 تحقق أن  $2 < \alpha < 3$ .

(ب) ارسم  $(C_g)$  منحنى الدالة  $g$  على المجال  $] \frac{1}{2}; 5[$  في المعلم السابق.

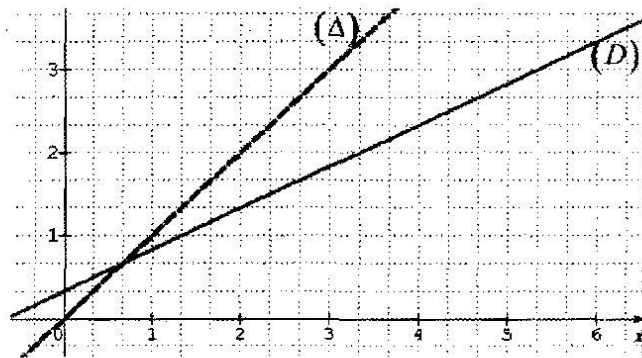
- (4) استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $I$  ثم حدّد وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى (d).  
 (5) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]\alpha; 1[$  فإن:  $f(x)$  ينتمي إلى المجال  $]\alpha; 1[$ .

(III) نسمي  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}^*$  كما يأتي:  $u_n = f\left(1 + \frac{1}{2n}\right)$

(1) عين قيمة العدد الطبيعي  $n$  التي من أجلها يكون:  $u_n = 1 + 2\ln 3 - 3\ln 2$ .

(2) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .

## الموضوع الثاني



## التمرين الأول: (05 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مثلنا المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(D)$  معادلتيهما على الترتيب:

$$y = x \quad \text{و} \quad y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$$

(1) لنكن المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على مجموعة الأعداد

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{3}, \quad u_0 = 6 \quad \text{و من أجل كل عدد طبيعي } n$$

أ - انقل الشكل ثم مثل على محور الفواصل الحدود التالية:  $u_0, u_1, u_2, u_3, u_4$ ؛ دون حسابها مبرزاً خطوط الرسم.

ب - عيّن إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(D)$ .

ج - أعط تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .

(2) أ - باستعمال الاستدلال بالتراجع، اثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n, u_n > \frac{2}{3}$ .

ب - استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .

(3) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بالعلاقة:  $v_n = u_n - \frac{2}{3}$ .

أ - بيّن أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية بطلب تحديد أساسها وحدّها الأول.

ب - اكتب بدلالة  $n$  عبارة الحد العام  $v_n$ ، واستنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .

ج - احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  واستنتج المجموع  $S'_n$  حيث:

$$S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

## التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة  $z^2 - 6z + 18 = 0$ ، ثم اكتب الحلين على الشكل الأسّي.

(2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \bar{u}, \bar{v})$ ، نعتبر النقط  $A, B, C, D$

$$z_D = -z_B \quad \text{و} \quad z_C = -z_A, \quad z_B = \bar{z}_A, \quad z_A = 3 + 3i$$

أ - بيّن أن النقط  $A, B, C, D$  تنتمي إلى نفس الدائرة ذات المركز  $O$  مبدأ المعلم.

ب - عيّن زاوية للدوران  $R$  الذي مركزه  $O$  ويحول النقطة  $A$  إلى النقطة  $B$ .

ج - بيّن أن النقط  $A, O, C$  في استقامة وكذلك النقط  $B, O, D$ .

د - استنتج طبيعة الرباعي  $ABCD$ .

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نعتبر المستوي  $(\mathcal{P})$  الذي معادلته:

$$. x - 2y + z + 3 = 0$$

$$(1) \text{ نذكر أن حامل محور الفواصل } (O; \vec{i}) \text{ يعرف بالجملة } \begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

- عيّن إحداثيات  $A$  نقطة تقاطع حامل  $(O; \vec{i})$  مع المستوي  $(\mathcal{P})$ .

(2)  $B$  و  $C$  النقطتان من الفضاء حيث:  $B(0; 0; -3)$  و  $C(-1; -4; 2)$ .

أ- تحقق أن النقطة  $B$  تنتمي إلى المستوي  $(\mathcal{P})$ .

ب- احسب الطول  $AB$ .

ج- احسب المسافة بين النقطة  $C$  والمستوي  $(\mathcal{P})$ .

(3) أ- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$  المارّ بالنقطة  $C$  والعمودي على المستوي  $(\mathcal{P})$ .

ب- تحقق أن النقطة  $A$  تنتمي إلى المستقيم  $(\Delta)$ .

ج- احسب مساحة المثلث  $ABC$ .

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  كما يلي:  $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$ .

نرمز بـ  $(C_f)$  لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

$$(1) \text{ أ) احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

ب) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  وفسّر هندسيا النتيجة.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ) بيّن أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين مائلين  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$  معادلتيهما على الترتيب:

$$. y = x \text{ و } y = x + 1$$

ب) ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى كل من  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$ .

(4) أثبت أن النقطة  $\omega\left(0; \frac{1}{2}\right)$  هي مركز تناظر للمنحنى  $(C_f)$ .

(5) أ) بيّن أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث:  $\ln 2 < \alpha < 1$  و  $-1,4 < \beta < -1,3$

ب) هل توجد مماسات لـ  $(C_f)$  توازي المستقيم  $(\Delta)$ ؟

ج) ارسم  $(\Delta)$ ،  $(\Delta')$  ثم المنحنى  $(C_f)$ .

د) ناقش بياننا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة:  $(m-1)e^{-x} = m$ .