

## الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2010

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: تسيير واقتصاد (ن.ج)

المدة: 3 ساعات و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأولالتمرين الأول: (05 نقاط)يمثل الجدول التالي ضغط الدم  $y_i$  بدلالة السن  $x_i$  لعينة من الرجال.

السن $x_i$	35	40	45	50	55	60	65
ضغط الدم $y_i$	12,2	12,4	12,5	13	13,3	13,6	14

- (1) مثل الجدول بسحابة نقط  $M_i(x_i ; y_i)$  في معلم متعامد مبدؤه  $O(30 ; 11)$  وبوحدة  $1cm$  لكل 5 سنوات على محور الفواصل و  $2cm$  لكل وحدة على محور الترتيب.
- (2) أ) عيّن إحداثيي  $G$  النقطة المتوسطة للسحابة.  
ب) مثل النقطة  $G$  في المعلم السابق.
- (3) أوجد معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا:  $y = ax + b$  ، تعطي  $a$  و  $b$  مدورة إلى  $10^{-2}$ .
- (4) أرسم هذا المستقيم في المعلم السابق.
- (5) رجل عمره 70 سنة وضغط دمه 15,2. هل هذا معقول حسب هذا التعديل ؟ علّل.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

- نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بي:  $f(x) = (\ln(x))^2 + 2\ln(x) - 3$  و  $(c_r)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس. ( $\ln$  هو رمز اللوغاريتم النبيري)
- (1) أ) حل في المجال  $]0; +\infty[$  المعادلة:  $f(x) = 0$  ثم فسّر النتيجة هندسيا.  
ب) حلّ  $f(x)$  إلى جداء عاملين.  
ج) حل في المجال  $]0; +\infty[$  المتراجحة:  $2\ln(x) + 2 \geq 0$
  - (2) أحسب  $f'(x)$  واستنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .
  - (3) بيّن أن المنحنى  $(c_r)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيها.

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

- (1)  $n$  عدد طبيعي، أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = 1 + e + e^2 + \dots + e^n$  ( $S_n$  مجموع حدود متتالية هندسية أساسها  $e$  وحدها الأول 1؛ و  $e$  يرمز إلى أساس اللوغاريتم النيبيري).
- (2) لتكن المتتالية العددية  $(w_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $w_n = 2n + 4 + e^n$   
 بيّن أن:  $w_n = u_n + v_n$   
 حيث  $(u_n)$  متتالية حسابية و  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين الحد الأول و الأساس لكل منهما.
- (3) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:  
 $4 + 6 + 8 + \dots + (2n + 4) = (n + 1)(n + 4)$
- (4) استنتج المجموع  $S$  بدلالة  $n$  حيث:  
 $S = w_0 + w_1 + \dots + w_n$

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

- $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ:  
 $f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 4}{x^2}$
- و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(0; \vec{i}, \vec{j})$ .
- (1) بيّن أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  فإن:  $f(x) = x - 5 + \frac{4}{x^2}$  ، حيث  $a$  عدد حقيقي يطلب تعيينه.
- (2) أحسب:  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- (3) أ- بيّن أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$  فإن:  $f'(x) = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$  ، استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .  
 ب- شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
- (4) أثبت أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل، يطلب تعيين معادلتيهما.
- (5) أوجد معادلة لـ  $(\Delta)$  مماس  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 1.
- (6) أرسم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$ .
- (7) أ- عيّن الدالة الأصلية  $F$  للدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$  والتي تحقق:  $F(2) = -10$ .  
 ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما  $x=1$  و  $x=2$ .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (05 نقاط)

يُمثل الجدول التالي تطور إنتاج سنوي بالطن لأحد أنواع الأسماك في إحدى المجمعات المائية لتربية الأسماك:

السنة	2004	2005	2006	2007	2008	2009
ترتيب السنوات $x_i$	1	2	3	4	5	6
الإنتاج $y_i$	530	640	770	850	980	1115

- (1) مثل سحابة النقط  $M_i(x_i ; y_i)$  المرفقة بالسلسلة الإحصائية في معلم متعامد (على محور الفواصل  $2cm$  يمثل سنة واحدة، على محور الترتيب  $1cm$  يمثل 100 طن من السمك).
- (2) عيّن إحداثيي النقطة المتوسطة  $G$  لهذه السحابة.
- (3) بين أن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي:  $y = 115x + 411,67$ .
- (4) عيّن إنتاج هذا المجمع المائي في سنة 2015. (تعطى كل النتائج مدورة إلى  $10^{-2}$ )

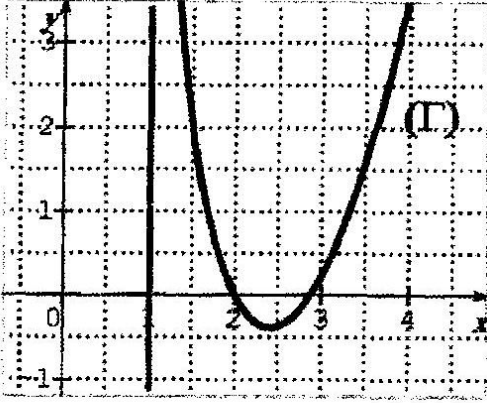
### التمرين الثاني: (06 نقاط)

لتكن  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بـ:  $u_0 = 1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{4}$ .

- (1) احسب الحدود  $u_1$ ،  $u_2$  و  $u_3$ .
- (2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:  $u_n < 2$ .  
ب- بين أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماما.  
ج- استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة.
- (3) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ:  $v_n = u_n - 2$ .  
أ- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.  
ب- اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n = 2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$ .  
ج- ما هي نهاية المتتالية  $(u_n)$  ؟
- (4) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  واستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:  $u_0 + u_1 + \dots + u_n = 3\left(\frac{3}{4}\right)^n + 2n - 2$

**التمرين الثالث: (09 نقاط )**

I) لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]1; +\infty[$  بـ :  $g(x) = x^2 - 2x - 4\ln(x-1)$  ( $\ln$  هو رمز اللوغاريتم النيبيري). ( $\Gamma$ ) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس كما هو في الشكل التالي:



(1) بقراءة بيانية ، عيّن عدد حلول المعادلة  $g(x) = 0$ .

(2) احسب  $g(2)$ .

(3) بيّن أنّ المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا  $\alpha$  حيث :

$$2,87 < \alpha < 2,88$$

(4) استنتج حسب قيم  $x$  ، إشارة  $g(x)$  في المجال  $]1; +\infty[$ .

II) لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]1; +\infty[$  بـ :

$$f(x) = x - 3 + 4 \frac{\ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$$

وليكن  $(C_r)$  تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أ - أوجد نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$ . (لاحظ  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ )

ب - احسب  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  ثم فسّر النتيجة هندسيا.

ج - بيّن أنّ المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = x - 3$  هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_r)$  بجوار  $+\infty$ .

د - أوجد فاصلة نقطة تقاطع  $(\Delta)$  مع  $(C_r)$ .

هـ - ادرس الوضعية النسبية للمنحنى  $(C_r)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .

(2) أ - بيّن أنّه من أجل كل عدد  $x$  من المجال  $]1; +\infty[$  لدينا:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}, \quad (f' \text{ هي الدالة المشتقة للدالة } f).$$

ب - استنتج اتجاه تغيّر الدالة  $f$  وشكل جدول تغيّراتها.

(3) ارسم المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_r)$ . (نأخذ  $f(\alpha) = 3,9$ )

(4) أ - عيّن مشتقة الدالة:  $x \mapsto [\ln(x-1)]^2$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $]1; +\infty[$ .

ب - احسب:  $\int_2^5 f(x) dx$  ، فسّر النتيجة هندسيا.