2. (v_n) متتالية عددية معرفة من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n كما يلي:

$$v_{n+1} = \frac{3}{2}v_n + u_n \quad \text{و} \quad v_1 = 2$$

أ) أحسب v_2 و v_3.

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $w_n = \frac{v_n}{u_n} - \frac{2}{3}$.

بين أن (w_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

جـ) أكتب w_n بدلالة n ثم استنتج v_n بدلالة n .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول:

h دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $h(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$

1. أحسب $\lim_{x \to -1} h(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} h(x)$.

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $h'(x) = \frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$

و استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم أنجز جدول تغيراتها.

3. أحسب $h(0)$ و استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x .

الجزء الثاني: لتكن f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$.

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أ) احسب $\lim_{x \to -1} f(x)$ ثم فسر هذه النتيجة بيانيا .

ب) باستخدام النتيجة $\lim_{t \to +\infty} \frac{e^t}{t} = +\infty$ ، برهن أن $\lim_{u \to +\infty} \frac{\ln u}{u} = 0$.

جـ) استنتج $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

د) أحسب $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (x-1)]$ و استنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

هـ) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل.

2. بين أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ؛ $f'(x) = \frac{h(x)}{(x+1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3. بين أن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين 3,3 و 3,4 .

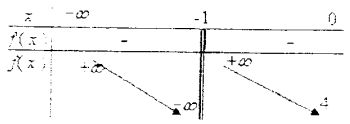
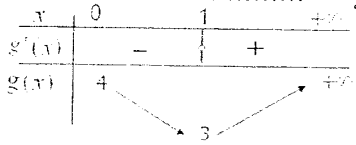
4. أرسم (C_f).

5. أحسب مساحة الحيز المستوي المحدود بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :

$y = x-1$ ؛ $x = 0$ و $x = 1$.

محاور الموضوع	عناصر الإجابة **الموضوع الأول**	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
المتتاليات	التمرين الأول:		
	1) $v_0=1$ ، $v_1=\frac{1}{3}$	2×0.25	
	2) $v_{n+1}=\frac{1}{3}(u_{n+1}-u_n)$ و منه $v_{n+1}=\frac{1}{3}v_n$ إذن (v_n) م.هندسية أساسها $\frac{1}{3}$	1	
	3) أ) $S_n=\frac{3}{2}\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]$	0.75	03.5
	ب) $S_n=u_n-u_0$ و منه $u_n=S_n+1$	0.75	
	ج) لدينا $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\frac{5}{2}$ و منه (u_n) متقاربة	0.5	
الأعداد المركبة	التمرين الثاني:		
	1) $\Delta=\left(2i\sqrt{3}\right)^2$ و منه $z_0=1+i$ ، $z'=1+\sqrt{3}i$ ، $z''=1-\sqrt{3}i$	4×0.25	
	2) أ) $z_1=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $z_2=2e^{-i\frac{\pi}{3}}$	2×0.5	
	ب) $\frac{z_1}{z_2}=\frac{1-\sqrt{3}}{4}+i\frac{1+\sqrt{3}}{4}$ ، $\frac{z_1}{z_2}=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{7\pi}{12}i}$	2×0.5	05
	ج) $\cos\frac{7\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$	2×0.5	
	3) أ) $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n\in\mathbb{R}$ معناه $n=12k\ (k\in\mathbb{N})$ $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n e^{\left(\frac{7n\pi}{12}i\right)}$	0.75	
	ب) $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{456}=\frac{1}{2^{228}}$	0.25	
هندسة فضائية	التمرين الثالث:		
	1) أ) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\2\\-1\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ ، $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا و إحداثيات كل من A ، B ، C تحقق معادلة (P).	1	
	ب) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$ و ABC قائم في A	0.5	04
	2) أ) $D\notin(ABC)$	0.5	
	ب) بما أن D لا تنتمي إلى (ABC) فإن $(ABCD)$ رباعي وجوه.....	0.5	
	3) أ) المسافة هي: $\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	
	ب) الحجم: (وحدة مكعبة) $V=\frac{1}{3}S.h=\frac{1}{3}.\left(\frac{1}{2}AB.AC\right).h=\frac{1}{2}$	0.5	

8

محاور الموضوع	عناصر الإجابة **الموضوع الأول**	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	التمرين الرابع:		
	I) 1) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{>\\ x\to-1}} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{<\\ x\to-1}} f(x)=-\infty$	3×0.25	
	ب) ..... 	0.5	
	2) أ) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$	0.25	
	ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[g(x)-x\right]=0$ ومنه $y=x$ **معادلة مستقيم مقارب مائل لـ** (c_f) بجوار $+\infty$	2×0.25	07.5
	جـ) $g'(x)=\dfrac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$	0.75	
	إشارة $g'(x)$ ، $g(0)=4$	0.25+0.25	
دوال		0.5	
	II) 1) أ) $\lim\limits_{\substack{>\\ h\to0}} \dfrac{k(h)-k(0)}{h}=-3$ ، $\lim\limits_{\substack{<\\ h\to0}} \dfrac{k(h)-k(0)}{h}=-5$	2×0.25	
	الدالة k لا تقبل الاشتقاق عند 0	0.25	
	ب) النقطة ذات الفاصلة 0 هي نقطة زاوية والمنحنى (C_K) يقبل نصفي مماسين..	0.5	
	2) اكتب معادلتي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$	0.5	
	3) الرسم (Δ_1) ، (Δ_2) و (C_K)	1	
	4) $A=\int_{-1/2}^{0} f(x)dx+\int_{0}^{1/2} g(x)dx=\left[-\dfrac{x^2}{2}+4Ln(x+1)\right]_{-1/2}^{0}+\left[\dfrac{x^2}{2}+4Ln(x+1)\right]_{0}^{1/2}$		
	$=\dfrac{1}{4}+4Ln3\ (ua)$	1	

محاور الموضوع	عناصر الاجابة **الموضوع الثاني**	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
هندسة فضائية	**التمرين الأول: (04 نقط)**		**04**
	1) **جواب خاطئ** لأن A ، B ، C ليست على استقامية.....	01	
	2) جواب صحيح لأن إحداثيات A ، B ، D تحقق المعادلة.....	01	
	3) جواب خاطئ لأن $\overrightarrow{CD}$ ليس شعاع ناظمي لـ (π).....	01	
	4) جواب خاطئ لأن $\overrightarrow{BH}$ ليس شعاع ناظمي لـ (π).....	01	
الأعداد المركبة	**التمرين الثاني: (04 نقط)**		**04**
	1) **حلول المعادلة:** $z_1 = 1 - i\sqrt{3}$ ؛ $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$	0,75	
	2.أ) $z_1 = 2e^{i\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$ ؛ $z_2 = 2e^{i\left(\frac{\pi}{3}\right)}$	**0,5**	
	ب) $AB = 2\sqrt{3}$ ؛ $BC = \sqrt{3}$ ؛ $AC = 3$ ؛ ABC **مثلث قائم**	01	
	جـ) $\|Z\| = \frac{1}{2}$ ؛ $\arg(Z) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$	**0,75**	
	د) $Z^3 = -\frac{1}{8}$ ؛ $Z^6 = \frac{1}{64}$ ؛ $Z^{3k} = \left(-\frac{1}{8}\right)^k$ و هو عدد حقيقي.....	**01**	
المتتاليات	**التمرين الثالث (05 نقط)**		05
	1.أ) $u_2 = 6$ ؛ $q = 3$ ؛ $u_1 = 2$	**1,75**	
	ب) $u_n = 2 \times 3^{n-1}$	0,25	
	جـ) $S_n = 3^n - 1$ ؛ $n = 6$	2x0,5	
	2.أ) $v_2 = 5$ ؛ $v_3 = \frac{27}{2}$	0,5	
	ب) (w_n) **متتالية هندسية أساسها** $q = \frac{1}{2}$ **و حدها الأول** $w_1 = \frac{1}{3}$	0,5	
	جـ) $w_n = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ؛ $v_n = \frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1} + \frac{4}{3} \times 3^{n-1}$	2x0,5	

10

	التمرين الرابع (07 نقط)		
	الجزء الأول: **1)** $\lim_{x\to+\infty} h(x)=+\infty$ ؛ $\lim_{x\to-1} h(x)=-\infty$	0,5	
	2) $h'(x)=\dfrac{1+2(x+1)^2}{x+1}$ ؛ h متزايدة على $[0;+\infty[$ ؛ **جدول التغيرات**	**3x0,25**	
	3) $h(0)=0$ ؛ **إشارة** $h(x)$	2x0,25	
	الجزء الثاني: **1.أ)** $\lim_{x\to-1} f(x)=+\infty$ ؛ $x=-1$ **معادلة لمستقيم مقارب**.....	00,5	
	ب) $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{\ln u}{u}=\lim_{t\to\infty}\dfrac{t}{e^t}=\lim_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\left(\dfrac{e^t}{t}\right)}=0$	0,5	
	ج) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	0,25	
الدوال	**د)** $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]=0$ ؛ $y=x-1$ **معادلة لمستقيم مقارب**.....	0,5	07
	هـ)الوضعية.....	0,25	
	2) $f'(x)=\dfrac{h(x)}{(x+1)^2}$ ؛ **جدول التغيرات**.....	**0,5+0,5**	
	3) f مستمرة و متزايدة على $[3,3\,;\,3,4]$ و $f(3,3)<2<f(3,4)$...	0,75	
	4) رسم (C_f).....	0,75	
	المساحة: $A=\dfrac{1}{2}(\ln 2)^2\ u.a.$	0,75	

11