

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول : (20 نقطة)

التمرين الأول: (04 نقاط)

- 1) أ) حل في \mathbb{C} المعادلة $z^2 - 2z + 2 = 0$ حيث z هو المجهول.
ب) استنتج في \mathbb{C} حلول المعادلة ذات المجهول z : $(\bar{z} + 3)^2 - 2(\bar{z} + 3) + 2 = 0$ حيث \bar{z} مرافق z .
- 2) المستوى المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (O, \vec{u}, \vec{v})
النقط A, B, M لواحقها $(1-i), (1+i), z$ على الترتيب.
- أ- عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $z = 1 - i + ke^{i\frac{5\pi}{4}}$ عندما k يسمح \mathbb{R}^+ .
ب- عين (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $|z - 1 + i| = |-1 - i|$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1. أ) عين الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها يقسم 2009
 u_0 و a عدنان طبيعيان غير معدومين، متتالية هندسية أساسها a وحدها الأول u_0 بحيث
 $u_1^2 + u_2 + 35a^2 = 2009$
ب) احسب a و u_0 .
2. نضع $a = 7$ و $u_0 = 2$ ، احسب u_n بدلالة n .
3. نضع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
أ) عبّر عن S_n بدلالة n
ب) عين العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n = 800$

التمرين الثالث: (07 نقاط)

- نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = x + \frac{2}{e^x + 1}$
وليكن (\mathcal{C}_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. احسب $f(x) + f(-x)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثم استنتج أن النقطة $\omega(0;1)$ هي مركز تناظر للمنحنى (\mathcal{C}_f) .

2. ادرس تغيّرات الدالة f على المجال $[0; +\infty[$ ثم استنتج جدول تغيّراتها على \mathbb{R} .

3. بيّن أن المستقيم ذي المعادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (\mathcal{C}_f) عند $+\infty$.

احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+2)]$ ، استنتج المستقيم المقارب للمنحنى (\mathcal{C}_f) عند $-\infty$.

4. بيّن أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلا وحيدا α بحيث $-1,7 < \alpha < -1,6$.

5. ارسم (\mathcal{C}_f) من أجل $x \in \mathbb{R}$.

6. بيّن أنه من أجل كل x من \mathbb{R} ، $f(x) = x + \frac{2e^{-x}}{e^{-x} + 1}$.

7. احسب $\mathcal{A}(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدّد بالمنحنى (\mathcal{C}_f) والمستقيمت ذات المعادلات:

$$y = x + 2 \text{ و } x = 0 \text{ و } x = \alpha$$

بيّن أن $\mathcal{A}(\alpha) = 2 \ln(-\alpha)$ ثم استنتج حصرا للعدد $\mathcal{A}(\alpha)$.

التمرين الرَّابِع: (05 نقاط)

الفضاء مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

$$\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = -t + 2 \\ z = t + 1 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{بالجملة التالية: } \Delta$$

P مستو معرف بالمعادلة $x + 3y + z + 1 = 0$

عيّن في كل حالة من الحالات التالية الاقتراح أو الاقتراحات الصحيحة مع التعليل

C_1 : النقطة $\left(0, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ تنتمي إلى (Δ)	B_1 : النقطة $(-1, 0, 2)$ تنتمي إلى (Δ)	A_1 : النقطة $(1, 1, 2)$ تنتمي إلى (Δ)	1
C_2 : شعاع $\vec{u}(3, 1, 0)$ شعاع توجيه (Δ)	B_2 : شعاع $\vec{u}'(1, 3, 1)$ شعاع توجيه (Δ)	A_2 : شعاع $\vec{u}\left(-1, \frac{1}{2}, \frac{-1}{2}\right)$ شعاع توجيه (Δ)	2
C_3 : (Δ) يوازي P	B_3 : (Δ) يقطع P	A_3 : (Δ) محتو في P	3
C_4 : المستوي Q_3 ذو المعادلة $x - y + 2z + 5 = 0$ يعامد P	B_4 : المستوي Q_2 ذو المعادلة $2x - y + \frac{1}{2}z = 0$ يعامد P	A_4 : المستوي Q_1 ذو المعادلة $x + 3y + z - 3 = 0$ يعامد P	4
C_5 : المسافة بين النقطة $E(1, 3, 0)$ والمستوي P هي $\sqrt{11}$	B_5 : المسافة بين النقطة $O(0, 0, 0)$ والمستوي P هي $\frac{\sqrt{11}}{11}$	A_5 : المسافة بين النقطة $D(1, 1, 1)$ والمستوي P هي $\frac{6}{\sqrt{11}}$	5

الموضوع الثاني : (20 نقطة)

التمرين الأول: (04 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة: (1) $z^2 - 6z + 18 = 0$
2. ليكن العدد المركب z_1 حيث $z_1 = 3 - 3i$
(i هو العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له)
أ) اكتب z_1 على الشكل الأسّي .
ب) احسب طويلة العدد z_3 وعمدة له حيث $z_1 \times z_3 = 6(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12})$
استنتج قيمتي $\cos \frac{\pi}{12}$ و $\sin \frac{\pi}{12}$.
3. نعتبر في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط A, B, C ذات اللاحقات $3 + 3i, 3 - 3i, \frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{6}}{2}$ على الترتيب
أ) عيّن قيم العدد الحقيقي α حتى تقبل الجملة المثقلة $\{(A; 1), (B; -1), (C; \alpha)\}$ مرجحا نرسم له بالرمز G_α
ب) عيّن مجموعة النقط G_α لما يتغير α في \mathbb{R}^* .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1. نعتبر في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط $A(1, 1, 2), B(-1, 0, -2), C(-1, 0, -6)$
بيّن أنّ مجموعة النقط $M(x, y, z)$ التي تحقق $MA^2 - MB^2 = 1$ هي مستو عمودي على المستقيم (AB)
نرمز له بالرمز P يطلب تعيين معادلة له.
2. لنكن S مجموعة النقط $M(x, y, z)$ التي تحقق المعادلة $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 6 = 0$
برهن أنّ S هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها R
3. G نقطة من الفضاء معرفة بالعلاقة: $\vec{GA} - \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$
أ) عيّن إحداثيات G ثم تأكد أنّها تنتمي إلى S .
ب) اكتب معادلة المستوي Q الذي يمس سطح الكرة S في النقطة G .

التمرين الثالث: (07 نقاط)

1. g دالة معرفة على $[1; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = 2x + \ln x$
أ) احسب نهاية الدالة g عندما يؤول x إلى $+\infty$.
ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g .
ج) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1; +\infty[$ فإن $g(x) \neq 0$.
2. لنكن f دالة معرفة على $[1; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{6 \ln x}{2x + \ln x}$
أ) بيّن أنّه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = \frac{\ln x}{2 + \frac{\ln x}{x}}$ من أجل $x \in [1; +\infty[$.
ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ماذا تستنتج؟

- (ج) ادرس اتجاه تعبير الدالة f'
 (د) شكل جدول تغيرات f ، ما هي قيم العدد الحقيقي k بحيث تقبل المعادلة $f(x) = k$ حلين متميزين؟
 (هـ) جد معادلة للمماس (Δ_1) للمنحنى (\mathcal{C}_f) عند النقطة التي فاصلتها 1 حيث (\mathcal{C}_f) يرمز إلى التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

3. نعتبر الدالة h المعرفة على $[1; +\infty[$ بالعلاقة: $h(x) = f(e^x)$ و (\mathcal{C}_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.
 (أ) شكل جدول تغيرات الدالة h .
 (ب) جد معادلة للمماس (Δ_2) للمنحنى (\mathcal{C}_h) عند النقطة التي فاصلتها 1.
 (ج) ارسم كلا من (Δ_1) ، (Δ_2) ، (\mathcal{C}_f) و (\mathcal{C}_h) في نفس المعلم السابق.

التمرين الرابع: (04 نقاط)

1. حل المعادلة التفاضلية: $y' = (\ln 2)y$
 2. نسمي f الحل الخاص لهذه المعادلة الذي يحقق $f(0) = 1$ ، عيّن عبارة $f(x)$
 3. n عدد طبيعي.
 (أ) ادرس بواقى القسمة الإقليدية على 7 للعدد 2^n .
 (ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $f(2009) - 4$.
 4. (أ) احسب، بدلالة n ، المجموع S_n حيث $S_n = f(0) + f(1) + \dots + f(n)$.
 (ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي يقبل من أجلها S_n القسمة على 7.