محاور الموضوع	الموضوع الأول — عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
الأعداد المركبة	**التمرين 1: (04,5 نقاط)**		04,5
	$\Delta = 1 - 1$	0,5	
	$z_1 = i$ و $z_2 = 1 + i$	0,5×2	
	تبيان أنّ $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2008}$ عدد حقيقي	0,5	
	2- أ – البرهان على أن $e^{-i\theta} = \frac{1}{e^{i\theta}}$	0.25	
	البرهان على أن $\frac{e^{i\theta_1}}{e^{i\theta_2}} = e^{i(\theta_1-\theta_2)}$	0,25	
	ب – $Z = \frac{i}{-1+i}$ و منه $Z = \frac{e^{i\frac{\pi}{2}}}{\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}}$	0,25×2	
	و بالتالي $Z = \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$	0,25	
	جـ) الشكل المثلثي لـ Z . $Z = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$	0,25	
	$\arg(Z) = \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$ و $\lvert Z\rvert = \frac{AC}{AB}$	0,25×2	
	C هي صورة B بالتشابه المباشر الذي مركزه A و نسبته $\frac{\sqrt{2}}{2}$ و زاويته $\left(-\frac{\pi}{4}\right)$	0,5	
الهندسة الفضائية	**التمرين 2 : (04 نقاط)**		
	1 – التحقق أن النقط A ، B و C ليست في استقامية	0,5	
	معادلة المستوى (ABC) : $y + 2z - 2 = 0$	0,25×3	
	طريقة: علما أن النقط A ، B و C ليست في استقامية يكفي إثبات أن إحداثياتها تحقق المعادلة.		
	أو أي طريقة أخرى صحيحة.		
	2 – أ – التحقق أن $(P) \perp (ABC)$	0,5	
	تمثيل وسيطي لـ (Δ) : $\begin{cases} x = 5t - 11 \\ y = -2t + 2 \\ z = t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$	0,75	
	ب – المسافة بين A و (Δ) هي المسافة بين A و (P)	0,25	
	المسافة بين A و (P) هي $\frac{4\sqrt{6}}{3}$	0,25	

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	3 – تحليليا / إيجاد احداثيات G	0,5	
	وضع $G \in (\Delta)$ و ايجاد : $\alpha = -\frac{4}{7}$	0,5	
	تقبل أي طريقة صحيحة		
المتتاليات	**التمرين 3 : (04 نقاط)**		
	1- أ) $f'(x) = \frac{6}{(-x+4)^2}$ ، $f'(x) > 0$ ، إذن f متزايدة على I	0,25×3	04
	ب) $1 \le x \le 2$ و f متزايدة على I ⟹ اذن $f(1) \le f(x) \le f(2)$ أي أن $1 \le f(x) \le 2$	0,5	
	2 – أ) $u_0 \in I$	0,25	
	اعتمادا على 1-ب نبرهن أنه إذا كان $u_n \in I$ فإنّ $u_{n+1} \in I$	0,25×2	
	ب) $u_{n+1} - u_n = f(u_n) - u_n = \frac{u_n^2 - 3u_n + 2}{-u_n + 4}$	0,5	
	$u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)(u_n - 2)}{-u_n + 4}$	0,25	
	بما أن u_n ينتمي إلى I فإن : $u_{n+1} - u_n < 0$	0,25	
	نستنتج أن (u_n) متقاربة لأنها متناقصة و محدودة من الأسفل .	0,25	
	3 – أ) التحقق من صحة الخاصية من أجل $n = 0$	0,25	
	البرهان على توريث الخاصية من المرتبة k إلى المرتبة $k+1$.	0,25	
	ب) $\lim_{n \to +\infty} u_n = 1$	0,25	
	التمرين 4: (07,5 نقاط)		
	I- $f(-1) = 1$ و $f'(-1) = -e$	0,25×2	07,5
	$a = b = -1$	0,25×2	
	II- أ) $\lim_{x \to +\infty} g(x) = 1$	0,25	
	المستقيم $y = 1$ هو مقارب للمنحنى (C_g) عند $(+\infty)$	0,25	
	ب) دراسة تغيرات g ــ تشكيل جدول التغيّرات		
	$g'(x) = xe^{-x}$ ، إشارة $g'(x)$	0,25×2	
	جدول التغيرات	0,5	
	ج) $g''(x) = (1-x)e^{-x}$	0,5	
	$g(1) = 1 - \frac{2}{e}$ ؛ $I\left(1,1 - \frac{2}{e}\right)$	0,25×2	
	د) معادلة المماس في I : $y = \frac{1}{e}x + 1 - \frac{3}{e}$	0,25	
	هـ) الرسم	0,5	

x	-2		1		$+\infty$
$g''(x)$		$+$	0	$-$	

9

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	و) تعيين α و β ، $\alpha=1$ ، $\beta=2$	0,25×2	
	استنتاج الدالة الأصلية للدالة g : $G(x)=(x+2)e^{-x}+x+c$ و $G(0)=0$	0,25	
	$C=-2$	0,25	
	III- $k'(x)=2xg'(x^2)$	0,5	
	$k(-2)=1-5e^{-4}$ $k(0)=0$ $\lim_{x\to+\infty} k(x)=1$	0,25×3	
	جدول التغيرات:	0,25	

x	-2		0		$+\infty$
$g'(x^2)$		$+$		$+$	
$2x$		$-$	0	$+$	
$k'(x)$		$-$	0	$+$	

x	-2		0		$+\infty$
$k'(x)$		$-$	0	$+$	
$k(x)$	$h(-2)$	↘	0	↗	1

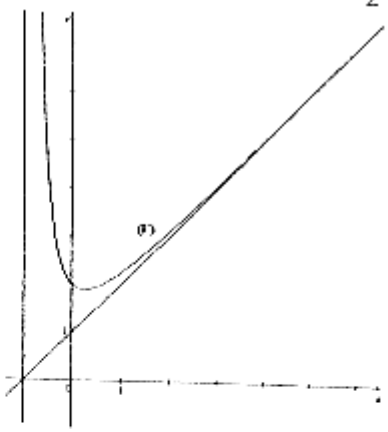
10

محاور الموضوع	الموضوع الثاني — عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	المجموع
الهندسة الفضائية	**التمرين الأول :(03 نقاط)** 1) الإجابة الصحيحة: المستوى (P) هو (ABC)	0,5	03
	التبرير	0,25×3	
	2) الإجابة الصحيحة	0,5	
	التبرير	0,25×2	
	3) الإجابة الصحيحة	0,5	
	التبرير	0,25	
المتتاليات العددية	**التمرين الثاني : (05 نقاط)** 1 – أ – رسم (d) و (Δ)	0,25×2	05
	ب– تمثيل الحدود : u_0, u_1, u_2, u_3 و u_4	0,5	
	جـ– وضع التخمين (u_n) متتالية متزايدة و متقاربة نحو 6.	0,25×2	
	2 – أ– البرهان بالتراجع : $u_0 = \frac{5}{2}$ و منه $u_0 \le 6$	0,25	
	نفرض $u_n \le 6$ و نثبت أن $u_{n+1} \le 6$	0,5	
	ب– (u_n) متزايدة: كتابة $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{3}u_n + 2$	0,25	
	$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(6 - u_n) \ge 0$	0,25	
	جـ – (u_n) متتالية متقاربة لكونها متزايدة و محدودة من الأعلى .	0,25×2	
	3- أ) $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$ ومنه (v_n) متتالية هندسية	0,5	
	أساسها $q = \frac{2}{3}$	0,25	
	و $v_0 = -\frac{7}{2}$	0,25	
	ب) $v_n = -\frac{7}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^n$	0,25	
	$v_n = -\frac{7}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^n + 6$	0,25	
	(لأنّ $\lim_{n\to+\infty} v_n = 0$) $\lim_{n\to+\infty} u_n = 6$	0,25	
الأعداد المركبة	**التمرين الثالث : (05 نقاط)** 1) $\Delta = 7 + 24i$	0,5	
	حساب δ بحيث $\Delta = \delta^2$	0,25×2	
	الحلان هما : $z_1 = 2 + i$ ، $z_2 = -2 - 2i$	0,25×2	

11

محاور الموضوع	عناصر الاجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
التشابه المباشر	2) $z_\omega = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{-i}{2}$	0,5	05
	3) $z_C = \frac{3}{2} - \frac{5}{2}i$	0,5	
	$C \in (\Gamma)$ لأن : $\left\|\overline{\omega C}\right\| = \left\|z_C - z_\omega\right\| = \frac{5}{2} = \frac{1}{2}\left\|\overline{AB}\right\|$	0,5	
	4) أ) ترجمة المعطيات	0,25×2	
	إثبات العبارة : $z' - z_0 = ke^{i\theta}(z - z_0)$	0,5	
	ب) s هو التشابه المباشر الذي مركزه $\omega\left(-\frac{1}{2}i\right)$ ، نسبته $k = 2$	0,25×4	
	و زاويته $\theta = \frac{\pi}{3}$		
دراسة تغيرات دالة عددية لمتغير حقيقي	التمرين الرابع : (07 نقاط)		07
	1 –أ) جدول التغيّرات		
	x : -1 ; 0 ; $\frac{1}{2}$; $+\infty$ — $g(x)$: $-\infty$ ↗ -2 ↗ $+\infty$	0,25	
	$g(0) = -1$ ، $g(\frac{1}{2})$ موجب	0,25×2	
	ب) g مستمرة على $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ و $g(0) \times g\left(\frac{1}{2}\right) < 0$	0,25	
	إذن يوجد α من $\left]0, \frac{1}{2}\right[$ يحقق $g(\alpha) = 0$	0,25	
	جـ)	0,5	
	x : -1 ; α ; $+\infty$ — $g(x)$: $-$; 0 ; $+$		
	2) أ) حساب $f'(x)$	0,25	
	كتابة $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^3}$	0,25	
	ب) $\lim \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} = f'(\alpha)$ ؛ $f'(\alpha) = \frac{g(\alpha)}{(x+1)^3}$	0,25×2	
	$\lim \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} = 0$	0,25	
	(Γ) يقبل عند النقطة $(\alpha, f(\alpha))$ مماسا يوازي حامل محور الفواصل.	0,25	
	جـ) $\lim f(x) = +\infty$ ، (Γ) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $x = -1$	0,25×2	

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]=0$ ، (Γ) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y=x+1$	0,25×2	
	د) تشكيل جدول التغيرات $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ؛ إشارة $f(x)$ هي إشارة $g(x)$	0,25×2	
	x: -1 ‖ α ‖ $+\infty$ $f'(x)$: $-$ ‖ 0 ‖ $+$ $f(x)$: $+\infty$ ↘ $f(\alpha)$ ↗ $+\infty$	0,5	
	3) أ) $f(0,26)=1,89$	0,25	
	ب) رسم (Γ)	0,5	
	4 ـ أ) كتابة العبارة $(a=b=1)$ $f(x)=x+1+\dfrac{1}{(x+1)^2}$	0,25×2	
	ب) $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+x-\dfrac{1}{x+1}+c$	0,25	
	$F(1)=2$ معناه $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+x-\dfrac{1}{x+1}+1$	0,25	



13