تكتب الإجابة النموذجية على هذه الورقة و لا تقبل سواها

الإجابة النموذجية لموضوع لامتحان : بكالوريا دورة:2008
اختبار مادة: الرياضيات **الشعبة:** تقني رياضي **المدة:** 04 ساعات و 30 د .

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط

الموضوع الأول

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
أعداد مركبة تحويلات نقطية	**تمرين 1:** (4 نقاط)		
	1/ بالتعويض في المعادلة (*) نبيّن أنّ $Z_0 = 3i$ هو حل لها	0.5	
	2/ حلول (*) في $\mathbb{C}$ هي :		
	$(Z-3i)\left[Z^2+(2-i)Z-3-3i\right]=0$	0.25	
	$\Delta = 15+8i = (4+i)^2$ ، $Z_0 = 3i$ ، $Z_1 = 1+i$ ، $Z_2 = -3$	0.25×4	
	الشكل الأسي $Z_0 = 3e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $Z_1 = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، $Z_2 = 3e^{i\pi}$	0.25×3	
	3/ تعيين النقطة G : $G(4,4)$	0.25	
	4/ المجموعة (E) هي الدائرة ذات المركز G ونصف القطر $\sqrt{17}$	0.5	
	A نقطة من هذه الدائرة لأنّ $GA = \sqrt{17}$	0.25	
	5/ العبارة المركبة للتحاكي المطلوب هي : $z' = 4z$	0.25	
	صورة المجموعة (E) بهذا التحاكي هي الدائرة ذات المركز	0.25	04
	$G'(16;16)$ ونصف القطر $4\sqrt{17}$		
	تمرين2: (5 نقاط)		
	1/ نلاحظ أنّ $\overrightarrow{AB}(2,0,-1)$ و $\overrightarrow{AC}(0,1,1)$ مستقلان خطيا	0.5	
	منه النقط A,B,C تعيّن مستو معادلته هي $x-2y+2z-1=0$	0.5	
	2/ (P_1) و (P_2) متقاطعان وفق مستقيم (Δ) لأنّ الشعاعين الناظمين عليهما		
	$\vec{n}_1$ و $\vec{n}_2$ غير متوازيين حيث $\vec{n}_1(1,-2,2)$ و $\vec{n}_2(1,-3,2)$	0.5	
	3/ C تنتمي إلى المستقيم (Δ) لأنها نقطة مشتركة بين (P_1) و (P_2)	0.5	

144

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
هندسة فضائية	4/ يكفي إثبات أنّ للشعاع $\vec{u}(2,0,-1)$ عمودي على كل من الشعاعين $\vec{n}_1(1,-2,2)$ و $\vec{n}_2(1,-3,2)$	0.25×3	05
	5/ استنتاج أنّ التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) هو ..... $\begin{cases} x = 2k+1 \\ y = 3 \\ z = -k+3 \end{cases}$ حيث $k \in \mathbb{R}$	0.75	
	6/ قيمة الوسيط k حتى يكون $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}$ متعامدين هي $k = \frac{1}{5}$	0.75	
	المسافة بين A و (Δ) هي الطول $AM = \frac{3\sqrt{5}}{5}$	0.75	
الدوال العددية المتتاليات العددية	**تمرين 3:** (7 نقاط) 1/ أ – دراسة تغيرات f على المجال $[0;2]$ $f'(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$ - إشارة $f'(x)$ واتجاه التغيّر -	0.25×2+0.5	
	جدول التغيرات	0.25	
	ب – إنشاء المنحنى (C)	0.75	
	ج – برهان أنّه إذا كان $x \in [0;2]$ فإنّ $f(x) \in [0;2]$	0.5	
	من جدول التغيرات وحيث أنّ f مستمرة ومتزايدة تماما على المجال المعطى $f(0) = \frac{3}{2}$ و $f(2) = \frac{7}{4}$ نستنتج أنّ صورة أي عدد حقيقي x من المجال $[0;2]$ بالدالة f هي العدد الحقيقي $f(x)$ من المجال $\left[\frac{3}{2};\frac{7}{4}\right]$ وحيث أنّ $\left[\frac{3}{2};\frac{7}{4}\right]$ محتوى في $[0;2]$ ينتج $f(x) \in [0;2]$.		
	2/ أ – نبرّر وجود المتتالية (U_n) بتوضيح أنّ كل حدودها تنتمي إلى المجال $[0;2]$ وهذا محقق بالنظر إلى جواب السؤال 1/ ج –	0.25	
	* حساب U_1 و U_2	0.25×2	
	ب – تمثيل الحدود U_0 ، U_1 و U_2	0.25×3	
	ج – التخمين: (U_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى وبالتالي فهي متقاربة	0.25	
	3/ أ - البرهان بالتراجع على العدد الطبيعي n أنّ : $0 \leqslant U_n \leqslant \sqrt{3}$	0.75	
	ب - البرهان أنّ : $U_{n+1} > U_n$ من أجل كل عدد طبيعي n	0.75	

145

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	بما أننا برهنا أنّ (U_n) محدودة من الأعلى بالعدد $\sqrt{3}$ ومتزايدة تماما نستنتج أنها متقاربة وهذا ما يؤكد صحة المخمّنة السابقة	0.25	
	ج – التحقق أنّ $U_{n+1}-\sqrt{3}\leqslant\frac{2-\sqrt{3}}{U_n+2}(U_n-\sqrt{3})$	0.25	
	تعيين عددا حقيقيا k يجيب عن السؤال	0.25	
	تبيان أنّ : $\lvert U_n-\sqrt{3}\rvert\leqslant k^n\lvert U_0-\sqrt{3}\rvert$	0.25	
	من المتباينة السابقة نستنتج أنّ $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=\sqrt{3}$	0.25	07
القواسم والمضاعفات	**تمرين 4:** (4 نقاط) 1/ أ ـ القيم الممكنة للعدد $p\gcd(a,b)$ هي 1 أو 7	0.75	
	ب ـ نعتمد على المساواة $b-a=n+5$ لكي نبرهن أنّ العددين a و b من مضاعفات 7 إذا وفقط إذا كان $n+5$ مضاعفا للعدد 7	0.75	
	ج ـ تعيين قيم n التي يكون من أجلها $PGCD(a;b)=7$	0.25×2+0.25	
	بناء على جواب السؤال السابق فإنّ قيم n التي يكون من أجلها $PGCD(a;b)=7$ هي نفسها قيم n التي يكون من أجلها $n+5$ مضاعفا للعدد 7 أي $n+5\equiv 0[7]$ ومنه $n=7k-5$ مع $k>1$.		
	2/ أ ـ العددان p و q يقبلان القسمة على $n-5$ لأنّ $q=(n-5)(n-2)$ و $p=(n-5)(2n+3)$	0.25×2	
	ب ـ تعيين تبعا لقيم n وبدلالة $PGCD(p;q)$: لدينا $PGCD(p;q)=(n-5)PGCD(a;b)$	0.25	
	نميّز حالتين هما: 1 – لمّا $PGCD(a;b)=7$	0.5	
	نجد : $PGCD(p;q)=7(n-5)$ مع $n=7k-5$ أي $PGCD(p;q)=7(7k-10)$ و $k>1$		
	2 – لمّا $PGCD(a;b)\neq 7$ أي $PGCD(a;b)=1$	0.5	04
	نجد : $PGCD(p;q)=(n-5)$ مع $n\neq 7k-5$.		
	انتهى		

146

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
التقارب و الاستمرارية	**التمرين الأول :04 ن**		
	1) التأكد من أن $(82,1)$ حل للمعادلة (I)	0.25	1.25
	حلول المعادلة (I) هي : $(x=9k+82\ ,\ y=4k+1)$ حيث $k\in\mathbb{Z}$	1	
	2) $(2a-3b)(2a+3b)=11\times 29$	0.75	1.75
	$S=\{(-80,-53);(-80,53);(-10,-3);(-10,3);(80,-53);(80,53);(10,3);(10,-3)\}$	1	
	3)الاستنتاج : $S'=\{(100,9);(6400,2809)\}$	1	1
هندسة فضائية	**التمرين الثاني : 04 ن**		1
	1) تبيان أنّ G منتصف $[D]$	1	
	2) $A(0,0,0)\ ;B(1,0,0)\ ;C(0,1,0)\ ;D(0,0,1)\ ;E(1,0,1)\ ;F(0,1,1)$	6×0.25	3
	مجموعة النقط M هي سطح الكرة الذي مركزها $G\left(\frac{r}{4},\frac{r}{4},\frac{r}{2}\right)$ ونصف قطرها $\frac{r}{4}\sqrt{10}$	3×0.5	
الأعداد المركبة و الهندسة	**التمرين الثالث : 04 ن**		
	1) $\Delta'=r^2\sin^2\frac{\theta}{2}$ ، $z_1=r\sin\frac{\theta}{2}+ir\cos\frac{\theta}{2}$ و $z_2=-r\sin\frac{\theta}{2}+ir\cos\frac{\theta}{2}$	0.5×3	2.5
	الشكل الأسي : $z_1=re^{i\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\theta}{2}\right)}$ و $z_2=re^{i\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\theta}{2}\right)}$	0.5×2	
	2) المثلث متقايس الأضلاع : $\widehat{AOB}=\frac{\pi}{3}$ و $OA=OB$	0.5×2	1.5
	$\theta=\frac{\pi}{3}+2\pi k\ ;\ \theta=-\frac{\pi}{3}+2\pi k\ /\ k\in\mathbb{Z}$	0.25×2	
الدوال العددية	**التمرين الرابع : 08 ن**		
	1) أ - $\lim\limits_{x\to-2}f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	0.25×2	
	ب - $f'(x)=\frac{x^2+4x-5}{(x+2)^2}$ و إشارته	0.5×2	
	- جدول التغيرات	0.5	
	جـ - $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-(x-2)\right)=0$ و (D) مقارب مائل	1	
	رسم C_f	1	
	د - تبيان أن صورة المجال $\left[1;\frac{5}{2}\right]$ محتواة في $\left[1;\frac{5}{2}\right]$	0.75	4.75
	2) أ - تمثيل الحدود U_0 و U_1 و U_2	1	
	ب - تخمين اتجاه تغير وتقارب (U_n)	0.75	
	جـ - تبيان أن $1\le U_n\le\frac{5}{2}$ و (U_n) متزايدة	0.5×2	
	د - (U_n) متقاربة	0.25	
	$\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=\frac{5}{2}$	0.25	3.25

147